

Pregunta 226

El enunciado de la pregunta es:

226. Si la función densidad de probabilidad de la variable aleatoria bidimensional (x,y) viene dada por $f(x,y)=kxy$ si $0 < x < y < 1$ y $f(x,y)=0$ en todos los demás casos, el valor de $P(x < 0 \mid y=0,5)$ es:

La respuesta aprobada por la comisión es la opción 4, es decir, probabilidad 1, pero la respuesta correcta es la 2, probabilidad nula.

La probabilidad buscada se obtiene de la fórmula de la probabilidad condicionada,

$$P(A \mid B) = \frac{P(A,B)}{\sum_{A'} P(A',B)} \quad (1)$$

donde $P(A,B)$ es la probabilidad de ocurrencia simultánea de los sucesos A y B. En nuestro caso, A es el suceso $x < 0$ y B el suceso $y=0,5$. Por supuesto, hay que entender que este último suceso significa la probabilidad de encontrar a y en un entorno infinitesimal de 0,5. Entonces se tiene

$$P(x < 0, y = 0,5) = dy \int_{-\infty}^0 f(x, y = 0,5) dx = 0 \quad (2)$$

por la definición de $f(x,y)$. En la ecuación anterior dy es el tamaño del intervalo infinitesimal en torno a $y=0,5$.

Por otra parte, el denominador de la ecuación (1) no se anula, ya que es

$$dy \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y = 0,5) dx = dy k 0,5 \int_0^{0,5} x dx = dy \frac{k}{16}$$

donde se ha usado la definición de $f(x,y)$.

Así,

$$P(x < 0 \mid y = 0,5) = \frac{0}{dy k / 16} = 0$$

La opción correcta es pues la 2, probabilidad cero.