Pregunta 247

El enunciado de la pregunta es:

*247. ¿Cuál de las siguientes **NO** es una propiedad de los espacioes euclídeos?:*

Ninguna de las opciones propuestas como solución es válida, puesto que todas ellas se satisfacen en los espacios euclídeos.

La opción que ha sido dada como correcta, la 1, dice:

1. El producto interior es commutativo, (x,y)=(y,x).

Esta afirmación es correcta en los espacios euclídeos, que están definidos sobre el cuerpo de los números reales (Hoffman y Kunze, pag. 277). La propiedad general del producto interior es (Hoffman y Kunze, pag. 271)

$$(x, y) = (y, x)^*$$

donde el * significa complejo conjugado. Pero entonces, dado que los espacios euclídeos se definen sobre los números reales, el producto interior es commutativo en dichos espacios: *(x,y)=(y,x).*

Las otras propiedades son igualmente ciertas, como se demuestra en el libro de Hoffman y Kunze:

2. Todo conjunto de elementos ortogonales no nulo es independiente.
Hoffman y Kunze, pags. 279 y 280, teorema 2.

3. Si x≠0 entonces $\|x\| > 0$

4. $\|c\,x\| = |c|\ \|x\|$ *siendo c escalar*

5. $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$

Estas tres últimas propiedades se verifican también en los espacios euclídeos, como se demuestra en Hoffman y Kunze, pag. 277, teorema 1.

Se adjunta fotocopias de las páginas mencionadas del libro

K. Hoffman y R. Kunze, *Linear Algebra*, (second edition), Prentice Hall, 1971,
ISBN-10: 0135367972
ISBN-13: 978-0135367971

que avala lo aquí expuesto.