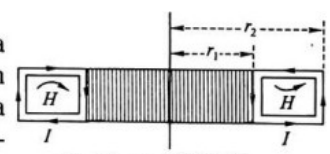
Cuestión 069

Enunciado: "**El coeficiente de autoinducción de un toroide de sección cuadrada con radios 3 cm y 5 cm, en el que hay un arrollamiento de N vueltas de un cable por el que pasa una corriente I_0, es L_0. ¿Cuál sería el coeficiente de autoinducción si el radio externo fuera 10 cm y el interno 6 cm?**"
Respuesta dada por correcta: **Opción 2: L_0**

Impugnación:

En este problema nos interesa saber cómo se calcula el coeficiente de autoinducción de un toroide de sección cuadrada con *n* espiras y radios interno y externo r_1 y r_2, respectivamente, en el cual la diferencia r_2-r_1 no es despreciable frente a r_1. Para ello, en primer lugar, aplicamos la Ley de Ampère para obtener el campo magnético *B* en la sección transversal y a continuación calculamos el flujo ϕ que atraviesa el toroide tal como aparece explicado en el problema número 37, tema XXX, páginas 683 y 684 del libro "Física General: Problemas", S. Burbano & E. Burbano (Mira Editores, 1989, ISBN: 8486778166), en el que estamos ante condiciones similares:

Problema 37. Determinar el flujo de inducción magnética que atraviesa a la sección transversal cuadrada del toroide de hierro de la figura, siendo $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 15$ cm, cuando lleva un arrollamiento de 1 000 vueltas; sabiendo que la intensidad de corriente que lo recorre es de 1 A y que la permeabilidad magnética relativa del hierro es $\mu' = 1\,200$.



Problema XXX-37

Solución

En este caso no se puede considerar la aproximación hecha en los problemas anteriores y operar con un radio medio, puesto que $r_2 - r_1$ no es despreciable frente a r_1. Por aplicación de la ley de Ampere a una curva circular *C* de radio r ($r_1 < r < r_2$) se obtiene:

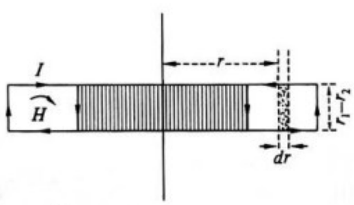
$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = nI$$

y como $\boldsymbol{H}$ y $d\boldsymbol{l}$ tienen la misma dirección y H es la misma en toda la curva C, se obtiene:

$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_C H dl = H \int_C dl = H 2\pi r$$

que, junto con que $B = \mu H = \mu_0 \mu' H$, nos queda:

$$B = \frac{\mu_0 \mu'}{2\pi} \frac{nI}{r}$$



Problema XXX-37-1.ª

no siendo constante B en toda la sección transversal. El flujo que atravesará a una espira será:

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = \int_{r_1}^{r_2} B dA$$

siendo $dA = (r_2 - r_1) dr$, luego:

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu' nI (r_2 - r_1)}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \mu' nI (r_2 - r_1)}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

A continuación, sabiendo que el flujo magnético (ϕ) para un solenoide de *n* espiras se relaciona con el coeficiente de autoinducción (L) y con la intensidad de corriente (I) a través de la relación $\phi = n \cdot L \cdot I$, tenemos que la autoinducción para un toroide de sección cuadrada es:

$$L = \frac{\mu_0 n^2 (r_2 - r_1)}{2\pi} \ln(r_2 / r_1)$$

Siendo r_1 el radio interno y r_2 el radio externo.

Para los dos casos que nos plantean en el problema n°069 del examen, tenemos:

- Caso 1: r_1=3 cm y r_2=5 cm

$$L_0 = \frac{\mu_0 n^2 (0.05 - 0.03)}{2\pi} \ln(0.05/0.03)$$

- Caso 2: r_1=6 cm y r_2=10 cm

$$L' = \frac{\mu_0 n^2 (0.10 - 0.06)}{2\pi} \ln(0.10/0.06)$$

Por tanto, si comparamos los dos coeficientes de autoinducción:

$$\frac{L'}{L_0} = \frac{(0.10 - 0.06) \ln(0.10/0.06)}{(0.05 - 0.03) \ln(0.05/0.03)} = 2 \Rightarrow L' = 2 L_0$$

Por lo tanto, la respuesta correcta a este ejercicio sería la opción 4: $2L_0$.

Conclusión:

Solicito el cambio de respuesta a opción n°4.