Cuestión 69

Enunciado:

El coeficiente de autoinducción de un toroide de sección cuadrada con radios 3 cm y 5 cm, en el que hay un arrollamiento de N vueltas de un cable por el que pasa una corriente I_0, es L_0. ¿Cuál sería el coeficiente de autoinducción si el radio externo fuera 10 cm y el interno 6 cm?:

Respuesta dada como correcta:

Opción 2. L_0

Impugnación

El flujo de inducción magnética que atraviesa una espira en un toroide de sección rectangular al circular por él una corriente I_0 es:

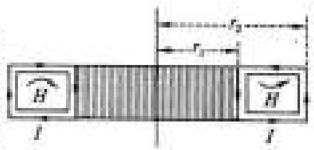
$$\Phi_e = \int_0^h dz \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 N I_0}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 N I_0}{2\pi} h \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Donde r_1 y r_2 son los radios interior y exterior respectivamente, h es la altura del toroide y N es el número de vueltas del arrollamiento. En el caso indicado en el enunciado, de un toroide de sección cuadrada, la altura del toroide **h coincide con r_2 - r_1**.
El coeficiente de autoinducción se calcula dividiendo el flujo total que circula por el solenoide (N veces el flujo que atraviesa una espira) por la corriente:

$$L = N \frac{\Phi_e}{I_0} = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi} (r_2 - r_1) \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Este mismo caso de solenoide toroidal de sección cuadrada aparece en el libro "Física general: problemas" de S. Burbano y E. Burbano, edición de 1989 por Mira Editores (ISBN: 8486778166). En el problema 37 del capítulo 30 (páginas 683, 684, adjuntadas al final de este documento) se pide calcular el flujo de inducción magnética, obteniendo el siguiente resultado:

Problema 37. Determinar el flujo de inducción magnética que atraviesa a la sección transversal cuadrada del toroide de hierro de la figura, siendo $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 15$ cm, cuando lleva un arrollamiento de 1 000 vueltas; sabiendo que la intensidad de corriente que lo recorre es de 1 A y que la permeabilidad magnética relativa del hierro es $\mu' = 1\,200$.



Problema XXX-37

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu' n I (r_2 - r_1)}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \mu' n I (r_2 - r_1)}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Comparando con las fórmulas anteriores, vemos que el coeficiente de autoinducción obtenido sería el mismo.
Teniendo en cuenta que la espira es cuadrada, y que el número de espiras se mantiene constante:

$$\frac{L'}{L_0} = \frac{(r_2' - r_1') \ln \frac{r_2'}{r_1'}}{(r_2 - r_1) \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{4 \ln(10/6)}{2 \ln(5/3)} = 2$$

Y por tanto $L' = 2\ L_0$, y la respuesta correcta sería la 4.

<u>Conclusión</u>

En vista de lo anteriormente expuesto, solicito que la respuesta correcta sea cambiada de la opción 2 a la **opción 4**.

Problema 35. Un anillo de Rowland de 8 cm de radio medio, en el que arrollamos 800 vueltas de un hilo conductor a un núcleo de permeabilidad relativa 1 000, se le hace pasar una corriente de 5 A. Calcular:

1. El valor del campo magnético B en su interior.
2. El valor de la intensidad del campo magnético H en su interior.
3. La imanación del anillo.

Solución

1)

$$\boxed{B = \mu \frac{nI}{l} = \mu_0\mu' \frac{nI}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{3} \times 800 \times 5}{10^7 \times 2\pi \times 8 \times 10^{-2}} = 10\ \mathrm{T}}$$

2)

$$B = \mu H \Rightarrow \boxed{H = \frac{B}{\mu_0\mu'} = \frac{10 \times 10^7}{4\pi \times 10^3} = \frac{10^5}{4\pi}\ \mathrm{A/m}}$$

3)

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M \Rightarrow \boxed{M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{10 \times 10^7}{4\pi} - \frac{10^5}{4\pi} = \frac{999 \times 10^5}{4\pi}\ \mathrm{A/m}}$$

Problema 36. Considérese un anillo de Rowland de 10 cm de radio medio en el que arrollamos 1 000 espiras a un núcleo de hierro, por el arrollamiento circula una intensidad de corriente (corriente de conducción) de 5 A. El valor del campo magnético B en su interior es de 2 T. Calcular:

1. La intensidad del campo magnético H (excitación).
2. La imanación M.
3. El valor de la intensidad de la corriente de magnetización.

Solución

1) El valor de H es independiente del material del núcleo, y su valor es:

$$\boxed{H = \frac{nI}{l} = \frac{nI}{2\pi r} = \frac{10^3 \times 5}{2\pi 10^{-1}} = 7\,958\ \mathrm{A/m}}$$

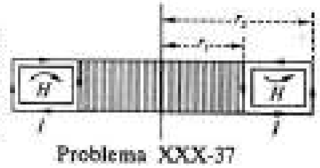
2)

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M \Rightarrow \boxed{M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{2 \times 10^7}{4\pi} - 7\,958 = 15{,}8 \times 10^5\ \mathrm{A/m}}$$

3)

$$\boxed{I_M = l j_M = lM = 2\pi r M = 2\pi 10^{-1} \times 7\,958 = 5\,000\ \mathrm{A}}$$

Problema 37. Determinar el flujo de inducción magnética que atraviesa a la sección transversal cuadrada del toroide de hierro de la figura, siendo $r_1 = 10$ cm y $r_2 = 15$ cm, cuando lleva un arrollamiento de 1 000 vueltas; sabiendo que la intensidad de corriente que lo recorre es de 1 A y que la permeabilidad magnética relativa del hierro es $\mu' = 1\,200$.



Problema XXX-37

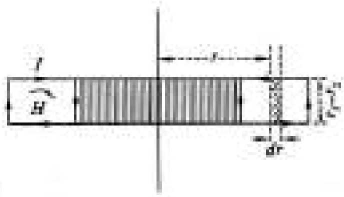
Solución

En este caso no se puede considerar la aproximación hecha en los problemas anteriores y operar con un radio medio, puesto que $r_2 - r_1$ no es despreciable frente a r_1. Por aplicación de la ley de Ampere a una curva circular C de radio r $(r_1 < r < r_2)$ se obtiene:

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = nI$$

y como $\mathbf{H}$ y $d\mathbf{l}$ tienen la misma dirección y H es la misma en toda la curva C, se obtiene:

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_C H dl = H \int_C dl = H 2\pi r$$



Problema XXX-37-1.ª

que, junto con que $B = \mu H = \mu_0\mu' H$, nos queda:

$$B = \frac{\mu_0\mu'}{2\pi} \frac{nI}{r}$$

no siendo constante B en toda la sección transversal. El flujo que atravesará a una espira será:

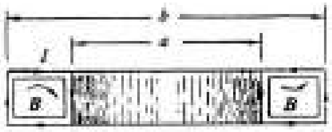
$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_{r_1}^{r_2} B dA$$

siendo $dA = (r_2 - r_1)dr$, luego:

$$\Phi = \frac{\mu_0\mu' nI(r_2 - r_1)}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0\mu' nI(r_2 - r_1)}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

sustituyendo valores, queda:

$$\boxed{\Phi = \frac{4\pi 1\,200 \times 1\,000 \times 1 \times 5 \times 10^{-2}}{10^7\, 2\pi} \ln \frac{3}{2} = 48 \times 10^{-4} \text{ Wb}}$$



Problema XXX-38

Problema 38. Un anillo de hierro de sección cuadrada y diámetro interior y exterior, respectivamente, de 25 cm y 35 cm, lleva un arrollamiento de 500 vueltas. Sabiendo que el flujo de inducción magnética vale 0,01 Wb, calcular la intensidad de la corriente que recorre el arrollamiento. (Permeabilidad magnética relativa del hierro: $\mu' = 1\,200$.)

Solución

Teniendo en cuenta el resultado obtenido en el problema anterior, en el que:

$$\Phi = \frac{\mu_0\mu' nI(r_2 - r_1)}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

y que en este caso:

$$r_1 = \frac{a}{2} \qquad r_2 = \frac{b}{2}$$

nos queda:

$$\Phi = \frac{\mu_0\mu' nI(b - a)}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

luego:

$$\boxed{I = \frac{4\pi\Phi}{\mu_0\mu' n(b - a)\ln \dfrac{b}{a}} = \frac{4\pi 10^{-2}\, 10^7}{4\pi 1\,200 \times 500 \times 10^{-1} \ln \dfrac{7}{5}} = 4{,}95 \text{ A}}$$