

1. Una partícula en reposo de masa  $M$  se desintegra en dos partículas. Una de las partículas posee masa  $m$  y la otra no tiene masa. ¿Cuál es el momento lineal de la partícula sin masa?: Datos:  $c$  = velocidad de la luz.

1.  $\frac{M^2 - m^2}{4M} c$

2.  $\frac{M^2 - m^2}{2M} c$

3.  $\frac{M^2 - m^2}{M} c$

4.  $\frac{2(M^2 - m^2)}{M} c$

5.  $\frac{4(M^2 - m^2)}{M} c$

$$P_{antes} = P_{después} \rightarrow 0 = p_1 + p_2 \rightarrow -p_1 = p_2 \rightarrow p_1^2 = p_2^2 \quad (1)$$

$$E_{antes} = E_{después} \rightarrow E_0 = E_1 + E_2$$

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_0 = Mc^2 \text{ (reposo } \rightarrow p = 0) \\ E_1 = p_1 c \text{ (masa} = 0) \\ E_2 = \sqrt{(mc^2)^2 + (p_2 c)^2} \end{array} \right\} \rightarrow Mc^2 = p_1 c + \sqrt{(mc^2)^2 + (p_2 c)^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow (Mc^2 - p_1 c)^2 = (mc^2)^2 + (p_2 c)^2 \rightarrow M^2 c^4 - 2Mp_1 c^3 + p_1^2 c^2 = m^2 c^4 + p_2^2 c^4$$

Simplifico las  $c$  y uso la ecuación (1):

$$M^2 c^2 - 2Mp_1 c + p_1 = m^2 c^2 + p_1 \rightarrow M^2 c^2 - 2Mp_1 c - m^2 c^2 = 0 \rightarrow p_1 = \frac{(M^2 c^2 - m^2 c^2)}{2Mc} \rightarrow p_1 = \frac{(M^2 - m^2) \cdot c}{2M}$$

2. Un camión de masa  $M_0$  se desplaza a velocidad  $v_0$  sobre una superficie plana sin rozamiento. En la posición  $x_0=0$  e instante  $t_0=0$  se empieza a cargar con arena a un ritmo de  $\lambda$  kg/s. ¿Cuál es la velocidad del camión en función del tiempo?:

1.  $v = v_0 \frac{\lambda t}{M_0}$

2.  $v = \frac{M_0 v_0 + \lambda t}{M_0}$

3.  $v = \frac{M_0 v_0}{M_0 + \lambda t}$

4.  $v = \frac{M_0 + \lambda t}{M_0} v_0$

5.  $v = \frac{M_0 - \lambda t}{M_0} v_0$

Conservación del momento lineal:

$$P_0 = P_t \rightarrow \left. \begin{array}{l} M_0 \cdot V_0 = M_{total} \cdot V(t) \\ M_{total} = M_0 + \lambda t \end{array} \right\} \rightarrow M_0 V_0 = (M_0 + \lambda t) \cdot V(t) \rightarrow V(t) = \frac{M_0 V_0}{M_0 + \lambda t}$$

3. Tomando para el aire y el mercurio las densidades de 1.3 g/l y el 13.6 g/cm<sup>3</sup>, respectivamente. ¿Qué altura habría que ascender en la atmósfera para que la presión atmosférica descienda 10 mm de Hg?:

1. 70 metros

2. 80 metros

3. 90 metros

4. 100 metros

5. 120 metros

$$\left. \begin{array}{l} \Delta P = \delta g h \rightarrow h = \frac{\Delta P}{\delta g} \\ \delta = \delta_{aire} = 1,3 \text{ g/l} = 1,3 \text{ kg/m}^3 \\ \Delta P = 10 \text{ mmHg} = 1333,22 \text{ Pa} \end{array} \right\} \rightarrow h = \frac{1333,22}{1,3 \cdot 9,8} = 104,65 \text{ m}$$

4. El radio del Sol es 6.96•10<sup>8</sup> m y gira sobre sí mismo con un período de 25.3 días. Estimar el período de rotación que tendría el Sol si colapsara sin pérdida de masa hasta convertirse en una estrella de neutrones de radio 5 km:

1. 0.08 ms

2. 0.09 ms

3. 0.10 ms

4. 0.11 ms

5. 0.12 ms

Por la conservación del momento angular:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1 r_1^2 = \omega_2 r_2^2 \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{r_1^2}{T_1} = \frac{r_2^2}{T_2} \rightarrow \frac{(6,96 \cdot 10^8)^2}{25,3} = \frac{(5 \cdot 10^3)^2}{T_2} \rightarrow T_2 = 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ días} = 1,128 \cdot 10^{-4} \text{ s} = 0,1128 \text{ ms}$$

5. Un satélite artificial de la Tierra gira en órbita circular en el plano del ecuador en el sentido de rotación de ésta y a una altura igual a dos veces el radio de la Tierra. Determinar el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos por el cénit de un punto del ecuador: Datos: Radio de la Tierra = 6370 km.

1. 10 h 31 min

2. 20 h 54 min

3. 7 h 15 min

4. 49 h 27 min

5. 32 h 14 min

Aplicamos la tercera ley de Kepler a la estación espacial:

$$\left. \begin{array}{l} T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \cdot r^3 \\ r = R_T + h = R_T + 2R_T = 3R_T \\ g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow G \cdot M_T = g \cdot R_T^2 \end{array} \right\} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g R_T^2} \cdot (3R_T)^3 \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot 27R_T = \frac{4\pi^2}{9,81} \cdot 27 \cdot 6370 \cdot 10^3 \rightarrow T = 26308,55 \text{ s} \rightarrow$$

→  $T = 7h\ 18,45\ min$  que es la respuesta 3.

6. Una capa de aceite de densidad  $800\ kg/m^3$  flota sobre un volumen de agua de densidad  $1000\ kg/m^3$ . Un bloque de densidad desconocida se encuentra sumergido y flotando entre ambos líquidos con  $1/4$  de su volumen en aceite y el resto en agua. ¿Cuál es su densidad?:

1.  $200\ kg/m^3$       2.  $850\ kg/m^3$       3.  $950\ kg/m^3$       4.  $1050\ kg/m^3$       5.  $1800\ kg/m^3$

$$V_{sum}(agua) \cdot \delta_{agua} + V_{sum}(aceite) \cdot \delta_{aceite} = V_{total} \cdot \delta_{bloque} \rightarrow \frac{3}{4} \cdot V_{total} \cdot 1000 + \frac{1}{4} \cdot V_{total} \cdot 800 = V_{total} \cdot \delta_{bloque} \rightarrow$$

$$\rightarrow \delta_{bloque} = 950\ kg/m^3$$

7. Un objeto de masa  $1.5\ kg$  situado sobre un muelle de constante de fuerza  $600\ N/m$  pierde el 3% de su energía en cada ciclo. El sistema viene impulsado por una fuerza sinusoidal con un valor máximo de  $F_0 = 0.5N$ . ¿Cuál es la amplitud del movimiento si  $\omega = 19\ rad/s$ ?:

1.  $0.213\ cm$       2.  $1.281\ cm$       3.  $2.562\ cm$       4.  $0.854\ cm$       5.  $0.512\ cm$

Datos:  $m = 1,5\ kg$ ;       $K = 600\ N/m$ ;      eficiencia =  $3\% = 0,03$        $F_0 = 0,5\ N$ .       $\omega = 19\ rad/s$

$$Q = \frac{\sqrt{K \cdot m}}{b} = \frac{2\pi}{eficiencia} \rightarrow b = \frac{eficiencia \cdot \sqrt{K \cdot m}}{2\pi} = \frac{0,03 \cdot \sqrt{600 \cdot 1,5}}{2\pi} = 0,143239\ kg/s$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{600}{1,5}} = 20\ rad/s$$

$$A = \frac{F}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2}} = \frac{0.5}{\sqrt{1,5^2(20^2 - 19^2)^2 + 0,143239^2 \cdot 20^2}} = 0,85368\ cm$$

8. Una piedra que cae libremente desde una altura desconocida pasa a las 8:00 horas frente a un observador situado a  $105\ m$  sobre el suelo, y un segundo después frente a un observador situado a  $80\ m$  sobre el suelo ( $g = 10\ m/s^2$ ). Calcular la velocidad con que llegará al suelo:

1.  $49.3\ m/s$       2.  $33\ m/s$       3.  $30\ m/s$       4.  $48.1\ m/s$       5.  $50\ m/s$

Velocidad con la que pasa a la altura de  $105\ m$

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow 105 = 80 + v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 \rightarrow v_0 = 20\ m/s$$

Conservación energía:

$$\frac{1}{2} v_0^2 + g h_1 = \frac{1}{2} v_f^2 + g h \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 20^2 + 10 \cdot 105 = \frac{1}{2} \cdot v_f^2 + 0 \rightarrow v_f = 50\ m/s$$

9. Determine la distancia media de Urano al Sol, sabiendo que el año de Urano tiene una duración de  $84$  años terrestres y que la distancia media de la Tierra al Sol es de  $149.6 \cdot 10^6\ km$ .:

1.  $1221 \cdot 10^6\ km$       2.  $2869 \cdot 10^6\ km$       3.  $2869 \cdot 10^7\ km$       4.  $1340 \cdot 10^6\ km$       5.  $1340 \cdot 10^7\ km$

$$\frac{T^2}{r^3} = cte \rightarrow \frac{1^2}{(149,6 \cdot 10^3)^3} = \frac{84^2}{r^3} \rightarrow r = 2869,36 \cdot 10^6\ km$$

10. En una bañera completamente llena de agua hacemos un agujero circular de un centímetro cuadrado de sección a una distancia de un metro de la superficie del agua. Si la bañera está situada sobre la superficie terrestre [ $g = 9.8\ m/s^2$ ], entonces la velocidad del agua que sale inicialmente por el agujero es, en metros por segundo aproximadamente igual a:

1.  $19.6$       2.  $3.13$       3.  $2.21$       4.  $6.21$       5.  $4.43$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 4,427\ m/s$$

11. En unidades del sistema internacional, un cuerpo de masa unidad oscila alrededor de la posición  $x=0$  sometido a la fuerza  $F(x) = -\pi^2 \sinh(x)$ . Entonces, para oscilaciones con amplitudes muy pequeñas (próximas a cero), el periodo de oscilación del cuerpo es, en segundos, aproximadamente igual a:

1. 2

2. 1

3.  $\pi/2$ 4.  $\sqrt{2}$ 5.  $2/\sqrt{\pi}$ 

$$F(x) = -\pi^2 \sinh(x) \rightarrow U(x) = -\int F dx = \pi^2 \cosh(x)$$

Ahora hacemos Taylor en el punto de equilibrio ( $x=0$ ):

$$U(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x-0)^1 + \frac{f''(0)}{2!}(x-0)^2 \left. \begin{array}{l} f(0) = \pi^2 \\ f'(x) = -F(x) \rightarrow f'(0) = 0 \\ f''(x) = f(x) \rightarrow f''(0) = \pi^2 \end{array} \right\} \rightarrow U(x) = \pi^2 + \frac{1}{2}\pi^2 x^2 \quad (1)$$

Por otro lado tenemos que para el oscilador armónico  $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$  (2).

Si comparamos las ecuaciones (1) y (2), tenemos que  $k = \pi^2$  y que si la primera ecuación tiene  $U(0) = \pi^2$  y la segunda tiene  $U(0) = 0$  es simple desfase. Entonces, como además dicen "cuerpo de masa unidad", o sea,  $m=1$ :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 2s$$

12. Un DVD dentro de un reproductor se está deteniendo. La velocidad angular del disco en  $t=0$  es de 27.5 rad/s y su aceleración angular es constante con un valor de -10 rad/s<sup>2</sup>. ¿Qué velocidad angular tiene el disco en  $t=0.3$  segundos?:

1. 147 rad/minuto

2. 24.5 rad/s

3. 24.5 rad/minuto

4. 147 rad

5. 2.45 rad/s

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t = 27,5 + 10 \cdot 0,3 = 24,5 \text{ rad/s}$$

13. Un bote trata de cruzar un río de 3Km de ancho apuntando hacia el Norte con una velocidad de 2.8 m/s relativa al agua. La corriente del río lleva una velocidad uniforme de 5 Km/h relativa a la orilla. El tiempo aproximado que tarda en alcanzar la otra orilla es:

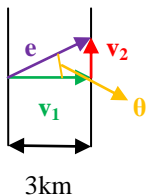
1. 15 min

2. 24 min

3. 39 min

4. 11 min

5. 18 min



$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 2,8 \text{ m/s} = 10,08 \text{ km/h} \\ v_2 = 5 \text{ km/h} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_t = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 11,252 \text{ km/h} \\ \tan \theta = \frac{v_2}{v_1} \rightarrow \theta = 26,38^\circ \end{array} \right.$$

$$\cos \theta = \frac{d}{e} \rightarrow e = \frac{d}{\cos \theta} = \frac{3}{\cos 26,38} = 3,349 \text{ km}$$

$$e = v \cdot t \rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{3,349}{11,252} = 0,2976 \text{ h} = 17,858 \text{ minutos.}$$

14. Un elevador de masa 1000 Kg transporta un grupo de pasajeros con una masa de 800 Kg. Durante la subida, el ascensor experimenta una fuerza de fricción constante de 4000 N. ¿Cuál es la mínima potencia que debe desarrollar el motor del ascensor para que éste ascienda a una velocidad constante de 3m/s?:

1. Al ascender a velocidad constante, el teorema del trabajo-energía cinética, dice que el trabajo es cero y como consecuencia la potencia también.

2. 65 KW

3. 42 KW

4. 14 KW

5. Es imposible que el ascensor pueda subir a esa velocidad dada la fricción existente.

$$F_{total} = P + F_r = m_t \cdot g + F_r = (100 + 800) \cdot 9,8 + 4000 = 21640 \text{ N}$$

$$Potencia = \frac{E}{t} = F \cdot v = 21640 \cdot 3 = 64920 \text{ W} = 64,92 \text{ kW}$$

15. La velocidad máxima de un satélite en órbita elíptica ( $e=0.25$ ) es 25700 km/h. Determinar la distancia máxima y mínima de la superficie terrestre a la trayectoria del satélite: Datos: Masa de la tierra =  $5976 \cdot 10^{24}$  kg, radio de la tierra = 6370 km.

1. 6633 km y 2180 km

2. 9930 km y 3411 km

3. 10811 km y 5421 km

4. 15978 km y 8387 km

5. 104065 km y 50439 km

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{v_{m\acute{a}x} - v_{m\grave{a}n}}{v_{m\acute{a}x} + v_{m\grave{a}n}} \\ e &= 0,25 \\ v_{m\acute{a}x} &= 25700 \text{ km/h} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_{m\grave{a}n} = 15420 \text{ km/h} \quad (1)$$

Conservación de L (Cuando recorre la máxima distancia tiene que ir a la velocidad mínima y viceversa):

$$d_{m\acute{a}x} \cdot v_{m\grave{a}n} = d_{m\grave{a}n} \cdot v_{m\acute{a}x} \rightarrow \frac{d_{m\acute{a}x}}{d_{m\grave{a}n}} = \frac{v_{m\acute{a}x}}{v_{m\grave{a}n}} = \frac{25700}{15420} = \frac{5}{3} \rightarrow d_{m\acute{a}x} = \frac{5}{3} d_{m\grave{a}n} \quad (2)$$

Conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} v_{m\grave{a}n}^2 - G \cdot \frac{M}{d_{m\acute{a}x}} = \frac{1}{2} v_{m\acute{a}x}^2 - G \cdot \frac{M}{d_{m\grave{a}n}} \rightarrow GM \left( \frac{1}{d_{m\grave{a}n}} - \frac{1}{d_{m\acute{a}x}} \right) = \frac{1}{2} (v_{m\acute{a}x}^2 - v_{m\grave{a}n}^2) \quad (3)$$

Con (1), (2) y (3) sale que  $d_{m\grave{a}n} = 9761,8 \text{ km}$  y  $d_{m\acute{a}x} = 6269,7 \text{ km}$ . Como el radio de la Tierra es 6370 km nos queda que:

$$h_{m\grave{a}n} = 3391,8 \text{ km} \quad h_{m\acute{a}x} = 9899,7 \text{ km}$$

16. Una curva de 30 m de radio tiene un ángulo de peralte  $\theta$ . Determinar el valor  $\theta$  para el cual un coche, modelo BMW 130i 3p, puede tomar la curva a 40 km/h aunque esté cubierta de hielo:

1. 24.80

2. 35.20

3. 20.10

4. 22.80

5. 36.20

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= \frac{v^2}{g \cdot r} \\ v &= 40 \text{ km/h} = 11,11 \text{ m/s} \\ r &= 30 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow \theta = 22,78^\circ$$

17. Se crea un cuerpo de masa  $m$  unido a un muelle de constante  $k$ . En su movimiento alrededor del punto de equilibrio, además de la fuerza recuperadora del muelle está sometido a una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad  $F = -\gamma v$ . El amortiguamiento crítico se produce cuando se cumple la relación:

1.  $2\gamma^2 = 4k \cdot m$ 2.  $2\gamma^2 = 2k \cdot m$ 3.  $2\gamma^2 = 8k \cdot m$ 4.  $2k^2 = 2\gamma \cdot m$ 5.  $2k^2 = 8k \cdot m$ 

Amortiguamiento crítico:

$$\gamma = 2\sqrt{k \cdot m} \rightarrow \gamma^2 = 4k \cdot m \rightarrow 2\gamma^2 = 8k \cdot m$$

Sobreamortiguamiento:  $\gamma > 2\sqrt{k \cdot m}$ .

Infraamortiguamiento:  $\gamma < 2\sqrt{k \cdot m}$

18. Como consecuencia de la rotación de la tierra los vientos alisios en el hemisferio norte son dirigidos de:

1. Suroeste a noreste.

2. Este a oeste.

3. Noreste a suroeste.

4. Oeste a este.

5. Noroeste a sureste.

Vientos aliseos:

· Hemisferio Norte: Noreste a Suroeste

· Hemisferio Sur: Sureste a Noroeste

19. Una caja de masa 4 kg cuelga del techo por una cuerda de masa despreciable. Una fuerza tira horizontalmente de la caja hacia un lado hasta un valor de 10 N. En ese instante la caja se encuentra en equilibrio. ¿Qué ángulo forma la cuerda con la vertical en ese momento?:

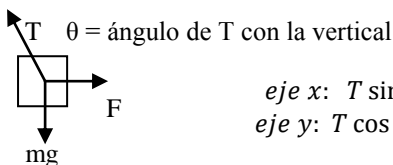
1. arcsin 0.25

2. arctan 0.25

3. arctan 4

4. arcsin 4

5. 45°



$$\left. \begin{aligned} \text{eje } x: T \sin \theta &= F \\ \text{eje } y: T \cos \theta &= mg \end{aligned} \right\} \rightarrow \tan \theta = \frac{F}{mg} = \frac{10}{4 \cdot 10} = 0,25 \rightarrow \arctan \theta = 0,25$$

20. La presión diferencial de aire suministrada a un paciente por un respirador artificial es de 20 cm de agua. Expresar la presión en mm de mercurio y en unidades del Sistema Internacional, respectivamente: Datos: Densidad del agua = 1 g/cm<sup>3</sup>. Densidad del Hg = 13.6 g/cm<sup>3</sup>.

1. 14.7 mm de Hg, 846 Pa

2. 1.47 mm de Hg, 1960 Pa

3. 14.7 mm de Hg, 1960 Pa

4. 1.47 mm de Hg, 196 Pa

5. 14.7 mm de Hg, 1646 Pa

$$\delta_{\text{agua}} \cdot h_{\text{agua}} = \delta_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}} \rightarrow 20 \cdot 1 = 13,6 \cdot x \rightarrow x = 1,47 \text{ cm} \rightarrow P = 1,47 \text{ cmHg} = 14,7 \text{ mmHg}$$

$$P = 14,7 \text{ mmHg} \cdot \frac{101325 \text{ Pa}}{760 \text{ mmHg}} = 1959,84 \text{ Pa}$$

21. La ecuación del movimiento de un móvil es  $r = ti + Ln(t + 1)j$ , donde r se expresa en metros y t en segundos. Si denotamos  $a_T$  como el vector aceleración tangencial y  $a_N$  como el vector aceleración normal, en  $t=3$  seg, se cumple: Datos: “i” y “j” son vectores unitarios.

1.  $|a_T|=1.18|a_N|$

2.  $|a_T|=0.03|a_N|$

3.  $|a_T|=0.25|a_N|$

4.  $|a_T|=0.15|a_N|$

5.  $|a_T|=0.73|a_N|$

$$r = ti + Ln(t + 1)j \rightarrow \begin{cases} v = i + \frac{1}{t+1}j \\ v(t=3s) = i + \frac{1}{4}j \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{(t+1)^2}j \\ a(t=3s) = 0i - \frac{1}{16}j \end{cases}$$

$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} - \arctan \frac{v_y}{v_x} = \arctan \frac{-1/16}{0} - \arctan \frac{1/4}{-1} = -90 - 14,036 = -104,36^\circ$$

$$\begin{cases} a_t = a \cdot \cos \theta \\ a_N = a \cdot \sin \theta \end{cases} \rightarrow a_t = \frac{a_N}{\tan \theta} = \frac{a_N}{\tan(-104,036)} = 0,25 a_N$$

22. La relación entre la frecuencia de una nota y la frecuencia del semitono por encima de ella en la escala diatónica es aproximadamente 15:16. ¿Qué velocidad tiene un coche si su bocina disminuye en un semitono al pasar frente a un observador parado? No hay viento. Tomar velocidad del sonido = 340 m/s:

1. 21.6 km/h

2. 39.5 km/h

3. 11.0 km/h

4. 25.2 km/h

5. 36.7 km/h

Cuando el coche se acerca al observador:

$$f' = f \cdot \left( \frac{v_s}{v_s - v_f} \right) \quad (1)$$

Cuando el coche se aleja del observador:

$$f'' = f \cdot \left( \frac{v_s}{v_s + v_f} \right) \quad (2)$$

Cuando el coche pasa frente a un observador en reposo, primero se acerca y después se aleja y en todo este tiempo la frecuencia disminuye en un semitono:

$$\frac{f''}{f'} = \frac{15}{16} \quad (3)$$

Ahora sólo tenemos que hacer  $\frac{(2)}{(1)} = (3)$ :

$$\frac{v_s - v_f}{v_s + v_f} = \frac{15}{16} \rightarrow v_f = \frac{v_s}{31} = \frac{340}{31} = \frac{10,9677m}{s} = 39,48 \text{ km/h}$$

23. Una onda armónica de longitud de onda 25 cm y amplitud 1.2 cm se mueve a lo largo de un segmento de 15 m de una cuerda de 60 m de longitud y 320 g de masa que está sometida a una tensión de 12 N. ¿Cuál es la energía total media de la onda?:

1. 4.82 J

2. 3.27 J

3. 8.19 J

4. 12.6 J

5. 2.75 J

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{v}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{2\pi}{0,25} \sqrt{\frac{12}{0,320/60}} = 1192,15 \text{ rad/s}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot A^2 \cdot x \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,320}{60} \cdot (1,2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 15 \cdot 1192,15 = 8,186J$$

24. Un frasco de 200 ml está totalmente lleno de agua a 4 °C. Cuando se calienta a 80 °C se derraman 6 g de agua. ¿Cuál es la densidad del agua a 80 °C en g/cm³? La densidad del agua a 4 °C es 1 g/cm³:

1. 0.91                      2. 1.12                      3. 1                      **4. 0.97**                      5. 1.05

Tenemos  $V = 200\text{ml} = 200\text{ cm}^3$ .

$$\delta = \frac{m}{V} \rightarrow m = \delta \cdot V = 200\text{ cm}^3 \cdot \frac{1g}{\text{cm}^3} = 200g \text{ a } 4^\circ\text{C}$$

A 80°C tenemos  $200g - 6g = 194g$ :

$$\delta = \frac{m}{V} = \frac{194g}{200\text{cm}^3} = 0,97g/\text{cm}^3$$

25. La estación espacial internacional se mueve en una órbita que supondremos circular a 385 km de la superficie terrestre. ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta entera a la Tierra?: Datos: Radio Tierra=6370 km.

1. 77.6 min                      **2. 92.1 min**                      3. 231.9 min                      4. 142.8 min                      5. 42.0 min

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{orbita}} &= \sqrt{\frac{G \cdot M}{R_T + h}} \\ g &= G \cdot \frac{M}{R_T^2} \rightarrow gR_T^2 = G \cdot M \end{aligned} \right\} \rightarrow V_{\text{orbita}} = \sqrt{\frac{gR_T^2}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2}{(6370 + 385) \cdot 10^3}} = 7676,464\text{ m/s}$$

$$V = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{V}{R_T + h} = \frac{7676,464}{(6370 + 385) \cdot 10^3} = 1,136 \cdot 10^{-3}\text{rad/s}$$

$$\theta = \omega t \rightarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{1,136 \cdot 10^{-3}} = 5528,97\text{ s} = 92,15\text{ minutos}$$

26. La constante de difusión de la hemoglobina en el agua a la temperatura de 20°C es  $D=6.9 \times 10^{-11}\text{m}^2\text{s}^{-1}$ . ¿Cuánto tardará una molécula de hemoglobina en difundirse 1 cm en agua?:

1.  $7.25 \times 10^9\text{ s}$                       **2.  $7.25 \times 10^5\text{ s}$**                       3.  $7.25 \times 10^7\text{ s}$                       4.  $14.49 \times 10^{10}\text{ s}$                       5.  $14.49 \times 10^2\text{ s}$

$$x = \sqrt{2Dt} \rightarrow t = \frac{x^2}{2D} = \frac{(10^{-2})^2}{2 \cdot 6,9 \cdot 10^{-12}} = 7,246 \cdot 10^5\text{ s}$$

27. En una curva de radio r y ángulo  $\theta$ , la velocidad a la que un coche puede tomar la curva sin salirse de ella depende:

1. Linealmente del radio.                      2. Del cuadrado del radio.                      **3. De la raíz cuadrada del radio.**  
4. De la masa del coche.                      5. Es independiente del ángulo.

$$\tan \theta = \frac{v^2}{r \cdot g} \rightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \theta}$$

28. Un cable vertical de acero de 5 m de longitud y  $0.88\text{ mm}^2$  de sección tiene colgado un objeto de 2 kg. Si se mueve levemente el objeto hacia abajo se produce un movimiento armónico simple. Encontrar el periodo de vibración (Módulo de Young  $Y=200\text{ GPa}$ ):

1. 16 ms                      2. 8 ms                      3. 32 ms                      **4. 47 ms**                      5. 21 ms

$$\left. \begin{aligned} Y &= \frac{F/A}{\Delta l/l} = \frac{F}{\Delta l} \cdot \frac{l}{A} \\ F &= k \cdot \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \end{aligned} \right\} \rightarrow Y = k \cdot \frac{l}{A} \rightarrow k = Y \cdot \frac{A}{l} = 200 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,88 \cdot 10^{-6}}{5} = 3,52 \cdot 10^4 = 3,52 \cdot 10^3\text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{35,2 \cdot 10^3}} = 0,0474\text{ s} = 47,4\text{ ms.}$$

29. En una descarga de grano desde la bodega de un barco, un elevador levanta el grano a 12m de altura y lo lanza a una velocidad de 3 m/s. La descarga se produce a un ritmo de 2 kg por segundo. Encontrar la mínima potencia del motor necesario para efectuar la descarga descrita:

1. 0.33 kW      2. 0.235 kW      3. 0.239 kW      4. 0.244 kW      5. 0.247 kW

$$P = \frac{E}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2}{t} = \frac{m}{t} \cdot \left( gh + \frac{v^2}{2} \right) = 2 \cdot \left( 9,81 \cdot 12 + \frac{3^2}{2} \right) = 244,44 \text{ W} = 0,244 \text{ kW}$$

30. Un pequeño motor mueve un ascensor que eleva una carga de ladrillos de peso 800N a una altura de 10m en 20s. ¿Cuál es la potencia mínima que debe suministrar el motor?:

1. 400 W      2. 0 W      3. 800 W      4. 200 W      5. 100 W

$$P = \frac{E}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{\text{Peso} \cdot h}{t} = \frac{800 \cdot 10}{20} = 400 \text{ W}$$

31. ¿A qué altura puede subir el agua en un capilar de vidrio de radio 25 micras?. La tensión superficial del agua a T=20°C vale  $7.28 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . El ángulo de contacto agua-vidrio es 0°:

1. 0.594 m      2. 594 micras      3. 5.94 cm      4. 594 m      5. 594 cm

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\delta \cdot g \cdot r} = \frac{2 \cdot 7,28 \cdot 10^{-2} \cdot \cos \theta}{1000 \cdot 9,81 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 0,594 \text{ m.}$$

32. Un objeto flota en el agua con el 80% de su volumen por debajo de la superficie. El mismo objeto situado en otro líquido flota con el 72% de su volumen por debajo de la superficie. Determinar la densidad específica del segundo líquido:

1. 0.75      2. 0.90      3. 1.11      4. 1.25      5. 1.33

Del principio de Arquímedes para objetos parcialmente sumergidos obtenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} \delta_{\text{agua}} \cdot V_{\text{sum. agua}} = \delta_{\text{objeto}} \cdot V_{\text{total}} \\ \delta_{\text{líquido}} \cdot V_{\text{sum. líquido}} = \delta_{\text{objeto}} \cdot V_{\text{total}} \end{array} \right\} \rightarrow \delta_{\text{agua}} \cdot V_{\text{sum. agua}} = \delta_{\text{líquido}} \cdot V_{\text{sum. líquido}} \rightarrow \delta_{\text{relativa}} = \frac{\delta_{\text{líquido}}}{\delta_{\text{agua}}} = \frac{V_{\text{sum. líquido}}}{V_{\text{sum. agua}}}$$

$$\rightarrow \delta_{\text{relativa}} = \frac{0,8V_T}{0,72V_T} = 1,11$$

33. Una mujer y una chica, de la misma altura, sujetan una barra rígida, uniforme y horizontal de longitud L y 100 N de peso estando situadas cada una de ellas en cada extremo de la barra. ¿A qué distancia de la mujer se tiene que colocar un objeto de 80 kg en la barra para que la chica soporte 1/3 del peso que soporta la mujer?:

1. 0.30 L      2. 0.22 L      3. 0.33 L      4. 0.27 L      5. 0.50 L

$F_1 = 100 \text{ N}$  que está en  $L/2$ .       $F_2 = 80 \cdot 9,8 = 784 \text{ N}$  a  $x$  de la chica y  $L-x$  de la mujer.

Además la chica soporta 1/3 del peso de la mujer  $\rightarrow P_{\text{chica}} = \frac{1}{3} P_{\text{mujer}}$ .

$$x \cdot 784 + 100 \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{3} \left[ (L-x) \cdot 784 + 100 \cdot \frac{L}{2} \right] \rightarrow L = 0,218 L$$

34. Si un corazón bombea  $100 \text{ cm}^3$  de sangre por segundo y la caída de presión del sistema arterial al venoso es de 100 torr, la potencia consumida por el corazón para vencer las fuerzas viscosas es:

1.  $10^{-3} \text{ W}$       2. 1000 W      3. 1 W      4. 1.33 W      5. 1.33 J

Caudal  $\rightarrow G = 100 \text{ cm}^3/\text{s} = 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$

Presión = 100 torr =  $133,32 \cdot 100 = 1,3332 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

Por tanto, Potencia =  $G \cdot \text{Presión} = 10^{-4} \cdot 1,3332 \cdot 10^4 = 1,3332 \text{ W}$ .

35. Una pelota de ping-pong de 5 g y 2.5 cm de diámetro está amarrada por un hilo al fondo de un recipiente con agua. ¿Cuál es la tensión en el hilo? Asuma  $1 \text{ g/cm}^3$  la densidad del agua:

1.  $13.2 \times 10^{-2} \text{ N}$

2.  $3.12 \times 10^{-2} \text{ N}$

3.  $0.0132 \text{ N}$

4.  $31.2 \text{ N}$

5.  $1.32 \text{ N}$

$$\left. \begin{aligned} T &= \delta_{\text{agua}} \cdot V_{\text{pelota}} \cdot g - mg \\ m &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\ \delta_{\text{agua}} &= 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ V_{\text{pelota}} &= \frac{4}{3} \pi \left( \frac{2.5 \cdot 10^{-2}}{2} \right)^3 = 8.18 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \end{aligned} \right\} \rightarrow T = 3.12 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

36. Dos personas A y B se encuentran en un lago sobre un bote de remos. A está en el centro del bote, remando, y B en un extremo a 2 m del centro. A se cansa de remar y una vez que el bote se detiene, intercambia su puesto con B. Indica la distancia que se ha movido el bote al intercambiarse las dos personas: Datos:  $M_A=80\text{kg}$ ,  $M_B=120\text{kg}$ ,  $M_{\text{BOTE}}=60\text{kg}$ .

1.  $0.923 \text{ m}$

2.  $0.386 \text{ m}$

3.  $0.308 \text{ m}$

4.  $0.615 \text{ m}$

5.  $0.537 \text{ m}$

1° Hallemos la posición inicial del centro de masas:

$$X_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M} = \frac{80 \cdot 0 + 60 \cdot 0 + 120 \cdot 2}{80 + 60 + 120} = 0.923 \text{ m}$$

2° Hallemos la posición final del centro de masas:

$$X'_{CM} = \frac{120 \cdot 0 + 60 \cdot 0 + 80 \cdot 2}{80 + 60 + 120} = 0.615 \text{ m}$$

3° Hallemos la diferencia entre ambos:

$$\Delta X = X_{CM} - X'_{CM} = 0.308 \text{ m}$$

37. De acuerdo con el principio de Pascal, la presión en cada punto en un líquido confinado:

1. Sólo depende de la densidad del líquido.

2. Es igual al peso del líquido.

3. Cambia en la cantidad p al aplicarle una presión externa p.

4. Es la misma.

5. Es igual a la presión aplicada externamente.

El principio de Pascal dice:

"La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin merma a todos los puntos del fluido y a las paredes del fluido".

Sin merma significa que a todos los puntos se les añade la misma presión, no que todos los puntos tengan la presión igual. Cuanto más abajo estemos, más peso tendrán que soportar los puntos ya que tienen sobre sí más puntos y por lo tanto mayor presión. Por esto la 3 es correcta y la 4 incorrecta.

Además, se les suma la presión aplicada, pero ya tenían una presión por lo tanto, la presión que tienen los puntos será mayor que la aplicada, no igual. Por esto la 5 es incorrecta.

La presión no es igual al peso, depende de la superficie también. Por esto la 2 es incorrecta.

La densidad no influye sobre la presión, al menos no es lo único que influye, la altura también influye. Por esto la 1 es incorrecta.

38. Se coloca una moneda sobre una regla y se empieza a levantar ésta última gradualmente. Cuando el ángulo de inclinación es de  $25^\circ$  la moneda comienza a deslizarse, observando que recorre en la regla 80 cm en 1.4 seg. El cociente entre el coeficiente de rozamiento dinámico y el coeficiente de rozamiento estático toma el valor:

1.  $0.29$

2.  $0.62$

3.  $0.87$

4.  $0.54$

5.  $0.79$

Coficiente de rozamiento estático:

$$P_x - F_r = 0 \rightarrow mg \sin 25 - \mu_e N = 0 \rightarrow \mu_e N = mg \sin 25 = 4.1417 \cdot m.$$

Coficiente de rozamiento dinámico:



$$\left. \begin{aligned} P_x - F_r &= m \cdot a \\ e = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0,8 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot 1,4^2 \rightarrow a = 0,816 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow mg \sin 25 - \mu_D N = m \cdot 0,816 \rightarrow \mu_D \cdot N = 3,3257 \cdot m.$$

Dividimos ambas ecuaciones:

$$\frac{\mu_D N}{\mu_e N} = \frac{3,3257 \cdot m}{4,1417 \cdot m} \rightarrow \frac{\mu_D}{\mu_e} = 0,803.$$

39. Una muestra gira en una ultracentrifugadora de manera que la fuerza centrífuga es  $2 \times 10^4$  veces su peso normal. Si una muestra se encuentra a 5 cm del centro de rotación, ¿cuántas revoluciones por segundo efectúa la máquina? Tomar la aceleración de la gravedad  $g=10 \text{ ms}^{-2}$ :

1.  $10^3$       2.  $10^3/\pi$       3.  $10^4/\pi$       4.  $10^2/\pi$       5.  $10^2$

$$F_c = 2 \cdot 10^4 \text{ Peso} \rightarrow m \cdot r \cdot \omega^2 = 2 \cdot 10^4 \cdot m \cdot g \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-2}}} = 2000 \text{ rad/s} = \frac{10^3}{\pi} \text{ rev/s}$$

40. La radiación del Sol que llega a la Tierra es de  $1.4 \text{ kW/m}^2$ . ¿Qué masa pierde el Sol cada día debido a la radiación?:  
Datos: Distancia Sol-Tierra  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ;  $c=2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$

1.  $3.8 \times 10^{20} \text{ kg}$       2.  $3.8 \times 10^{17} \text{ kg}$       3.  $3.8 \times 10^{14} \text{ kg}$       4.  $3.8 \times 10^{11} \text{ kg}$       5.  $3.8 \times 10^8 \text{ kg}$

$$\left. \begin{aligned} E_T (\text{es una potencia}) &= R_T \cdot S_s \rightarrow m = \frac{R_T \cdot S_s}{c^2} \cdot t \\ E &= mc^2 \\ R_T (\text{enunciado}) &= 1,4 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 \\ S_s &= 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2 \text{ m}^2 \\ t &= 1 \text{ día} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s} \end{aligned} \right\} \rightarrow m = 3,8 \cdot 10^{14} \text{ kg/s.}$$

41. Cuando un insecto de 1 g queda atrapado en la tela de una araña, ésta vibra con una frecuencia de 20 Hz, ¿con qué frecuencia vibrará cuando quede atrapado un insecto de 4 g?:

1. 40 Hz      2. 20 Hz      3. 10 Hz      4. 80 Hz      5. 5 Hz

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \rightarrow \frac{20}{f_2} = \sqrt{\frac{4}{1}} \rightarrow f_2 = 10 \text{ Hz.}$$

42. Se arroja una piedra a un río desde un puente que lo cruza a 20 m de altura. Si el lanzamiento se produce con un ángulo de  $30^\circ$  sobre la horizontal y con una velocidad de 30 m/s ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:

1. Es necesario el dato adicional de la masa de la piedra para calcular la velocidad en el impacto.

2. Velocidad de impacto = 35.9 m/s      3. Velocidad de impacto = 32.7 m/s      4. Velocidad de impacto = 24.8 m/s

5. Si el lanzamiento se hubiera producido con los mismos 30 m/s pero por debajo de la horizontal (i.e., apuntando hacia el agua) la velocidad del impacto habría sido mucho mayor.

Conservación de la energía:

$$\frac{1}{2}v_{\text{lanzamiento}}^2 + g \cdot h_{\text{lanzamiento}} = \frac{1}{2}v_{\text{abajo}}^2 \rightarrow \frac{1}{2}30^2 + 9.8 \cdot 20 = \frac{1}{2}v_{\text{abajo}}^2 \rightarrow v_{\text{abajo}} = 35,94 \text{ m/s}$$

43. ¿Cuál es la rapidez máxima a la que se desplaza una partícula, de manera que su energía cinética se escriba como  $(1/2)mv^2$  con un error relativo menor o igual que un 5%?:

1. 0.05c      2. 0.006c      3. 0.082c      4. 0.27c      5. 0.11c

ANULADA

$$\left. \begin{aligned} \text{No relativista } E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \text{Relativista } T &= (\gamma - 1)mc^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{error} = \frac{T - E_c}{T} \cdot 100 = \frac{(\gamma - 1)c^2 - 0,5v^2}{(\gamma - 1)} \cdot 100 \text{ con } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Si uso cada solución a dicha fórmula sale que los errores son:

- 1) 0%                      2)  $2,7 \cdot 10^{-3}\%$                       3) 0,5%                      4) 5,5%                      5) 0,9%

Deberíamos esperar que alguna saliera casi 5% para que sea la velocidad límite para ese error así que ninguna es correcta y se anuló.

**44. Un cuerpo de masa 1.00 kg se mueve con una velocidad de 1.00 m/s y choca elásticamente con un cuerpo de masa 2.00 kg que se encuentra en reposo. El ángulo formado por la trayectoria final del primer cuerpo respecto de su trayectoria inicial es de  $65^\circ$ . Su velocidad final será:**

1. 7.4 cm/s                      **2. 0.74 m/s**                      3. 1.23 m/s                      4. 5.20 m/s                      5. 10.15 m/s

Conservación del momento:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje X: } m_1 v_1 = m_1 v_{1f} \cos \theta_1 + m_2 v_{2f} \cos \theta_2 \rightarrow 1 \cdot 1 = 1 \cdot v_{1f} \cos 65 + 2 \cdot v_{2f} \cdot \cos \theta_2 \rightarrow 1 - 0,4226 v_{1f} = 2 v_{2f} \cdot \cos \theta_2 \\ \text{Eje Y: } 0 = m_1 v_{1f} \sin \theta_1 + m_2 v_{2f} \sin \theta_2 \rightarrow 0 = 1 \cdot v_{1f} \cdot \sin 65 + 2 v_{2f} \cdot \sin \theta_2 \rightarrow -0,9063 = 2 v_{2f} \cdot \sin \theta_2 \end{array} \right\}$$

Conservación de la energía (cinética porque no hay potencial):

$$m_1 \cdot v_{1i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \rightarrow 1 \cdot 1^2 = 1 \cdot v_{1f}^2 + 2 \cdot v_{2f}^2 \rightarrow v_{1f} = \sqrt{1 - 2v_{2f}^2}$$

Tenemos 3 ecuaciones con 3 incógnitas pero es muy liso resolverlo. En cambio, si vemos la 3ª ecuación:

$$v_{1f} = \sqrt{1 - 2v_{2f}^2} < \sqrt{1} = 1 \text{ m/s.}$$

Y la única solución que cumple esa condición es la 2.

**45. En un péndulo de torsión ideal la masa total se encuentra concentrada en los extremos de una varilla de longitud 2R. La frecuencia de oscilación armónica es:**

- 1. Inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa total.**                      2. Inversamente proporcional a la masa total.  
3. Directamente proporcional a la masa total.                      5. Inversamente proporcional al cubo de la longitud de la varilla.  
4. Inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la varilla.

El momento de inercia de una varilla con dos masas respecto de un eje que pasa por el centro de la recta que les une es:

$$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2$$

Como ambas masas valen m y están separadas a una distancia R del eje:

$$I = 2mR^2 = m_{total} R^2$$

El periodo del péndulo de torsión, y por tanto la frecuencia es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{I}}$$

De ambas ecuaciones sale que

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{total} R^2}} \rightarrow \omega \propto m_{total}^{-1/2}$$

**46. Un globo de aire caliente ( $120^\circ\text{C}$ ) de  $10\text{ m}^3$  al nivel del mar ( $T=20^\circ\text{C}$ ) ascenderá cuando su masa sea aproximadamente: Datos: Peso molecular del aire: 29.**

1. 300 kg                      2. 30 kg                      **3. 3 kg**                      4. 300 g                      5. 30 g

$$\begin{aligned} \text{Empuje} &= \delta_{\text{aire exterior}} \cdot V_{\text{total globo}} \cdot g = m_{\text{aire desalojado}} \cdot g \\ \text{Peso} &= m_{\text{total globo}} \cdot g \end{aligned}$$

Si  $E \geq P$ , el globo sube, así que lo que tiene que pasar es que  $m_{\text{aire desalojado}} \geq m_{\text{total globo}}$ .

$$\left. \begin{array}{l} P \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ P = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \\ V = 10 \text{ m}^3 \\ R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \\ T_{\text{frío}} = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K} \\ T_{\text{caliente}} = 120^\circ \text{C} = 393 \text{ K} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n_{\text{frío}} = 415,92 \text{ moles} \\ n_{\text{caliente}} = 310,09 \text{ moles} \\ m_{\text{molar}} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m_{\text{frío}} = 12,061 \text{ kg} \\ m_{\text{caliente}} = 8,993 \text{ kg} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta m = 3,068 \text{ kg}$$

47. Sobre un globo aerostático que asciende desde la superficie de la Tierra con velocidad constante  $v_y = v_0$ , actúa el viento produciéndole una componente horizontal de la velocidad proporcional a su altura ( $v_x = k \cdot y$ ). Determinar la ecuación analítica de su trayectoria:

$$1. x = \sqrt{\frac{k}{v_0}} \cdot y^2 \quad 2. x = 2y \quad 3. x = \frac{k}{2v_0} y^2 \quad 4. x = \sqrt{v_0^2 + (ky)^2} \quad 5. x = \frac{k}{v_0} y^2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \rightarrow y = v_0 t \rightarrow t = \frac{y}{v_0}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = k \cdot y = k \cdot v_0 t \rightarrow x = k \cdot v_0 \cdot \frac{t^2}{2} = k \cdot v_0 \cdot \frac{y^2}{2v_0^2} \rightarrow x = \frac{k}{v_0} \cdot y^2$$

48. ¿A qué velocidad y en qué dirección debe volar horizontalmente un avión sobre la latitud  $40^\circ$  para que el piloto, partiendo a mediodía, vea siempre el sol al Sur?: Datos: Radio de la Tierra = 6370 Km.

$$1. 1072 \text{ km/h, Oeste} \quad 2. 980 \text{ km/h, Oeste} \quad 3. 890 \text{ km/h, Este} \quad 4. 1072 \text{ km/h, Este} \quad 5. 1276 \text{ km/h, Oeste}$$

El avión debe volar siempre hacia el oeste a una velocidad igual a la velocidad lineal de la Tierra en un punto de latitud  $40^\circ$ .

$$v = \omega \cdot R \cdot \cos \lambda = \frac{2\pi}{24 \text{ horas}} \cdot 6370 \text{ km} \cdot \cos 40 = 1276 \text{ km/h}$$

49. La incidencia de luz sobre la superficie plana de separación entre dos medios transparentes tiene un ángulo de incidencia especial conocido como ángulo de Brewster. ¿Qué función permite realizar la incidencia con dicho ángulo?:

1. Polarización por transmisión.
2. Polarización por reflexión.
3. La reflexión total interna.
4. Pinzas ópticas.
5. Capas de alta reflectividad.

Esto es porque el ángulo de Brewster es aquel que hace que la luz reflejada salga totalmente polarizada.

50. Calculad la diferencia de tiempo que hay entre el tiempo que tarda en recorrer una fibra óptica de 15 km de longitud, un rayo que penetra en ella normalmente y un rayo que penetra con el ángulo máximo del cono de aceptación. El medio exterior a la fibra tiene un índice de  $n_{\text{nuc}}=1$ , el núcleo de la fibra tiene  $n_{\text{nuc}} = 1.492$  y el revestimiento de  $n_{\text{rev}}=1.489$ :

$$1. \Delta t=100 \text{ ns} \quad 2. \Delta t=150 \text{ ns} \quad 3. \Delta t=67 \text{ ns} \quad 4. \Delta t=68 \text{ ns} \quad 5. \Delta t=0$$

Ni idea.

51. Determinar la potencia en dioptrías de una lente plano-cóncava con un radio de curvatura de 10cm.: Datos:  $n_1=1.5$

$$1. -1.25 \text{ D} \quad 2. -2.5 \text{ D} \quad 3. -5 \text{ D} \quad 4. -10 \text{ D} \quad 5. -20 \text{ D}$$

Lente plano cóncava  $\rightarrow r > 0$  y  $f' < 0$ .

$$f' = -r \cdot \frac{n}{n' - n} = -(+0,1) \cdot \frac{1}{1,5 - 1} = -0,2 \text{ m} \rightarrow P = \frac{1}{f'} = -5 \text{ D}$$

52. Un objeto cuya altura es de 2 centímetros, se sitúa a 10 centímetros de un espejo convexo cuyo radio de curvatura es también 10 centímetros. ¿Cómo será la imagen y cuál será su altura?:

1. Virtual y 0.33 milímetros.
2. Virtual y 3.33 centímetros.
3. Virtual y 0.33 centímetros.
4. Real y 3.33 centímetros.
5. Real y 0.33 centímetros.

ANULADA

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r} \rightarrow \frac{1}{-10} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{10} \rightarrow s' = \frac{10}{3} \text{ cm} \rightarrow \text{virtual}$$

Aumento:

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} \rightarrow \begin{cases} A = \frac{s'}{s} = \frac{10/3}{-10} = -\frac{1}{3} = -0,33 \\ A = \frac{y'}{y} \rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{y'}{2} \rightarrow y' = -0,66 \text{ cm} \end{cases}$$

Si el objeto midiera 1cm, la imagen mediría 0,33cm y sería correcta la respuesta 3.

**53. ¿Cuál es la anchura de la franja central del patrón de difracción producido en una pantalla situada a 5 metros de una rendija de anchura 0.3 mm por la que ha pasado una luz láser de  $\lambda=600\text{nm}$ ?:**

1. 1 mm

2. 10 mm

3. 20 mm

4. 100 mm

5. 7 mm

$$\theta_{\text{central}} = 2 \cdot \frac{\lambda \cdot D}{a} = 2 \cdot \frac{600 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{3 \cdot 10^{-4}} = 20 \text{ mm}$$

**54. Una persona puede ver con nitidez solamente los objetos situados entre 20 y 50 cm del ojo. Para proporcionarle una visión clara de los objetos alejados se le debe colocar una lente de potencia:**

1. -2.5 dioptrías.

2. -2 dioptrías.

3. -3 dioptrías.

4. -3.5 dioptrías.

5. +2 dioptrías.

Punto remoto = 50cm = 0,5m

Punto próximo = 20cm = 0,2m

$$\text{Potencia} = -\frac{1}{\text{Punto remoto}} = -\frac{1}{0,5} = -2 \text{ D.}$$

**55. El radio de la primera cara de una lente delgada de vidrio ( $n=1.5$ ) de 2.5 dioptrías es +60 cm. Por consiguiente el radio de la otra cara de la lente es:**

1. -30 cm

2. -20 cm

3. +30 cm

4. +20 cm

5. -40 cm

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow 2,5 = 0,5 \cdot \left( \frac{1}{0,60} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow r_2 = -0,3 \text{ m} = -30 \text{ cm.}$$

**56. Un haz de luz plano cuya longitud de onda es de 5200 Å incide perpendicularmente sobre una rejilla de difracción con 2000 líneas/cm. ¿Qué ángulo respecto al haz incidente forman las franjas de difracción positiva o máxima?:**

1. 3 grados.

2. 6 grados.

3. 9 grados.

4. 12 grados.

5. 15 grados.

$$\left. \begin{aligned} d \cdot \sin \theta &= m \cdot \lambda \\ \lambda &= 5200 \text{ Å} \\ d^{-1} = 2000 \text{ líneas} &= 2 \cdot 10^5 \text{ líneas} \rightarrow d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ m &= 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \theta = 5,97^\circ$$

**57. Suponer que se desea construir un microscopio con dos lentes positivas, cuyas distancias focales son ambas igual a 25 mm. Suponer también que se quiere observar un objeto colocado a 27 mm del objetivo del microscopio. ¿A qué distancia se han de colocar las lentes?:**

1. 337.5 mm

2. 160 mm

3. 362.5 mm

4. 380 mm

5. 497.5 mm

$$\Gamma = -\frac{t}{f'_{\text{obj}}} \cdot \frac{259}{f'_{\text{oc}}} = \frac{s'}{s}$$

Objetivo:

$$-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_{\text{obj}}} \rightarrow -\frac{1}{-27} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{25} \rightarrow s' = 337,5 \text{ mm}$$

Ocular:

$$s_{\text{ocular}} = -f_{\text{obj}} - f_{\text{oc}} + t - s'_{\text{obj}} = -25 - 25 + t - 337,5 = t - 387,5$$

$$-\frac{1}{s} + 0 = \frac{1}{f_{oc}} \rightarrow -\frac{1}{t - 387,5} = \frac{1}{25} \rightarrow t = 362,5 \text{ mm}$$

+0 porque al pasar a través del ocular tienen que salir paralelos al ojo porque vas a poner el ojo en el ocular.

58. Un caballo mide 2.25 metros de alto, y está colocado con su cara a 15 metros del plano de una lente delgada cuya distancia focal es de 3 metros. Calcular el aumento de la imagen formada a través de la lente, y la orientación de dicha imagen:

1. Aumento de 0.25. Imagen derecha. 2. Aumento de 4. Imagen invertida. 3. Aumento de 0.6. Imagen invertida.

4. Aumento de 0.6. Imagen derecha.

5. Aumento de 0.25. Imagen invertida.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2,25m \\ s = -15m \\ f = 3m \\ -\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{-15} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{3} \rightarrow s' = 3,75 \\ \text{Aumento} = \frac{s'}{s} = \frac{3,75}{-15} = -0,25 \end{array} \right\} \rightarrow \text{aumento de 0,25 e imagen invertida}$$

59. Nos encontramos en una piscina debajo del agua, miramos hacia arriba y notamos que vemos los objetos que están por encima del nivel del agua dentro de un cono de luz cuya base está en la superficie y cuyo radio aproximadamente es de 2.0 m. Si dirigimos la vista fuera de dicho cono, nuestra única visión es de los diferentes lugares de la piscina. ¿A qué profundidad nos encontramos?:

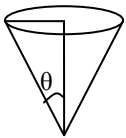
1. 2.00 m

2. 1.75 m

3. 2.65 m

4. 3.03 m

5. 3.52 m



$$n \cdot \sin \theta = n' \cdot \sin \theta' \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \sin \theta = 1 \rightarrow \theta = 48,59^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{r}{h} \rightarrow \tan 48,59 = \frac{2}{h} \rightarrow h = 1,76m$$

60. Un haz de luz que se desliza por el vacío incide normalmente sobre un bloque de vidrio. ¿Qué porcentaje de flujo radiante es reflejado?: Datos:  $n_{\text{vidrio}}=1.5$

1. 54%

2. 35%

3. 4%

4. 21%

5. 12%

$$R = \left( \frac{n' - n}{n' + n} \right)^2 = \left( \frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} \right)^2 = 0,04 \rightarrow R(\%) = 4\%$$

61. Un rayo de luz entra por una cara de un bloque rectangular de cristal que tiene índice de refracción “n”. ¿Cuál es el mínimo valor de n para que se produzca reflexión total en otra cara perpendicular a la de entrada?:

1. 1.414

2. 1.511

3. 1.552

4. 1.473

5. 1.399

Mejor sabérselo.

62. Un lux es una unidad de:

1. Flujo luminoso. 2. Intensidad luminosa. 3. Iluminancia. 4. Energía luminosa. 5. Luminancia.

1. Flujo luminoso → lumen. Falsa.

2. Intensidad luminosa → candela. Falsa.

3. Iluminancia/iluminación → lux. Correcta.

63. El recorrido libre medio de una molécula de radio  $10^{-8}\text{cm}$  en el seno de un gas con una densidad de  $2.5 \times 10^{19}$  moléculas/cm<sup>3</sup> es aproximadamente:

1.  $3 \times 10^{-5} \text{ cm}$

2.  $5 \times 10^{-9} \text{ m}$

3.  $6.4 \mu\text{m}$

4.  $2 \times 10^{-6} \text{ cm}$

5.  $9 \times 10^{-7} \text{ m}$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot n_v \cdot d^2} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-8})^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{19}} = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ cm/molécula}$$

64. La energía interna de un gas perfecto viene dada por la expresión  $u = R \cdot [(a - T) - a \cdot \ln a - T]$  J/K·mol. ¿Cuál es su índice adiabático γ?:

1.  $\gamma = a \cdot T$

2.  $\gamma = a \cdot T^2$

3.  $\gamma = a/T$

4.  $\gamma = a/T$

5.  $\gamma = \ln(a - T)$

La expresión que en realidad querían dar es:

$$u = R \cdot [(a - T) - a \cdot \ln(a - T)]$$

Se intento impugnar porque sin los paréntesis en el logaritmo no sale, pero no hicieron caso. Hagámoslo con ésta expresión.

$$c_v = \frac{dU}{dT} = R \left[ -1 - a \cdot \frac{-1}{a - T} \right] = R \left[ -1 + \frac{a}{a - T} \right] = R \left[ \frac{T}{a - T} \right]$$

$$c_p - c_v = R \rightarrow c_p = R + c_v = R + R \left[ \frac{T}{a - T} \right] = R \left[ \frac{a}{a - T} \right]$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{R \left[ \frac{a}{a - T} \right]}{R \left[ \frac{T}{a - T} \right]} \rightarrow \gamma = \frac{a}{T}$$

65. La velocidad más probable de las moléculas de gas nitrógeno (N<sub>2</sub>) a T=300K es aproximada-mente:

1.  $3.2 \times 10^4 \text{ cm/s}$

2.  $330 \text{ m/s}$

3.  $5.17 \times 10^4 \text{ m/s}$

4.  $420 \text{ m/s}$

5.  $2458 \text{ Km/h}$

$$V_p = \sqrt{\frac{2K_B \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{2R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{2R \cdot 300}{28 \cdot 10^{-3}}} = 422,10 \text{ m/s}$$

66. Si la temperatura crítica del mercurio es de 4.2 K. ¿Cuál es la energía de enlace del par de Cooper en electronvoltios a T=0 K?:

1.  $2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

2.  $2.1 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

3.  $1.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

4.  $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

5.  $0.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

La teoría de Frohlich dice que es  $3K \cdot T_c$ .

$$E_{Frolich} = 3 \cdot K \cdot 4,2 = 1,74 \cdot 10^{-22} \text{ J} = 1,086 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

67. Una bomba de calor cuya eficiencia es de un 170% es utilizada para elevar la temperatura de un baño de agua de 2m<sup>3</sup>. ¿Cuántos grados centígrados aumenta la temperatura del baño si se extraen del foco frío 2478.5 kcal y la bomba realiza un trabajo de 14800 KJ?: Datos: 1 cal = 4.18 J. Calor específico agua = 1 kcal/(kg·°C)

1.  $0.003$

2.  $12.6$

3.  $3$

4.  $1.26$

5.  $0.72$

Tenemos los datos  $\eta=170\%=1,7$ ,  $Q_f=2478,5 \text{ kcal}=10360,13 \text{ kJ}$  y  $W=14800 \text{ kJ}$ .

$$\eta = \frac{Q_c}{W} \rightarrow 1,7 = \frac{Q_c}{14800} \rightarrow Q_c = 25160 \text{ kJ}$$

Que dan ambas lo mismo:  $Q_c = 25160 \text{ kJ}$  (para qué andar con decimales).

$$\left. \begin{array}{l} Q = mc\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} \\ Q = 25160 \text{ kJ} \\ c = 4,18 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \\ V = 2 \text{ m}^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ L} \rightarrow m = 2 \cdot 10^3 \text{ kg} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta T = 3,01^\circ\text{C}$$

68. Una masa de aire seco, a 750 mm de Hg de presión, se expande adiabáticamente hasta adquirir un volumen doble al de su valor inicial. Calcular la presión y temperatura finales, si inicialmente se encontraba a 15°C. Considerar el aire seco como gas ideal diatómico, de índice adiabático  $\gamma=1.4$ :

1.  $P_{\text{final}}=568.0 \text{ mm Hg}, T_{\text{final}}=218.3 \text{ K}$

2.  $P_{\text{final}}=284.2 \text{ mm Hg}, T_{\text{final}}=109.9 \text{ K}$

3.  $P_{\text{final}}=284.2 \text{ mm Hg}, T_{\text{final}}=216.0 \text{ K}$

4.  $P_{\text{final}} = 218.3 \text{ mm Hg}, T_{\text{final}} = 284.2 \text{ K}$

5.  $P_{\text{final}} = 284.2 \text{ mm Hg}, T_{\text{final}} = 218.3 \text{ K}$

$$P \cdot V^\gamma = \text{constante} \rightarrow 750 \cdot V_1^{1.4} = P_2 \cdot (2V_1)^{1.4} \rightarrow P_2 = 284,197 \text{ mmHg} \rightarrow \text{respuestas 2, 3 y 5}$$

$$T^\gamma \cdot P^{1-\gamma} = \text{constante} \rightarrow (15 + 273,15)^{1,4} \cdot 750^{1-1,4} = T_2^{1,4} \cdot 284,197^{1-1,4} \rightarrow T_2 = 218,376 \text{ K} \rightarrow \text{respuestas 1 y 5}$$

La única que cumple ambas cosas es la respuesta 5.

**69. Un termómetro de hidrógeno a volumen constante indica una presión de 760 mm Hg a 0 °C, y 1160 mm Hg a 100 °C. ¿Qué temperatura tendrá un recinto en el cual dicho termómetro indique 1000 mm Hg?:**

1. 166 °C      **2. 60 °C**      3. 40 °C      4. 33 °C      5. 65.5 °C

$$P = P_0 + aT \rightarrow \begin{cases} T = 0^\circ\text{C} \text{ y } P = 760\text{mmHg} \rightarrow 760 = P_0 + a \cdot 0 \rightarrow P_0 = 760\text{mmHg} \\ T = 100^\circ\text{C} \text{ y } P = 1160\text{mmHg} \rightarrow 1160 = P_0 + a \cdot 100 \end{cases} \rightarrow 1160 = 760 + a \cdot 100 \rightarrow a = 4$$

$$\rightarrow P = 760 + 4T \rightarrow \text{si } P = 1000\text{mmHg}, T = 60^\circ\text{C}$$

**70. En relación con las capacidades caloríficas  $c_p$  y  $c_v$  de los gases monoatómicos a bajas presiones es FALSO:**

- 1.  $c_p/c_v$  disminuye al elevar la temperatura.**      2.  $c_p/c_v$  es constante en un amplio intervalo de temperaturas.
3.  $c_p$  es constante en un amplio intervalo de temperaturas.
4.  $c_v$  es constante en un amplio intervalo de temperaturas.      5.  $c_p - c_v = \text{constante}$ .

Monoatomicos:

Temperaturas	$C_p$	$C_v$	$C_p/C_v$
Bajas	$(3/2)R$	$(3/2)R$	1
Medias	$(5/2)R$	$(3/2)R$	$5/3=1,667$
Altas	$(7/2)R$	$(5/2)R$	$7/5=1,4$

Vemos en estas tablas que tanto  $c_p$  como  $c_v$  son constantes para un amplio rango de temperaturas (en el amplio rango de temperaturas medias son constantes, en el amplio rango de temperaturas altas son constantes....). Por esto las respuestas 3 y 4 son CIERTAS.

Como ambas capacidades son constantes, su cociente también lo será. Así que la 2 es cierta.

Además sabemos que, excepto para bajas temperaturas, por la relación de Mayer  $c_p - c_v = \text{constante} = R$ . Así que la 5 es cierta.

En la tabla vemos que para temperaturas altas  $c_p/c_v$  es mayor que para temperaturas medias pero no pasa lo mismo comparándolo con temperaturas bajas. Además, decir que disminuye al elevar la temperatura sin decir nada más, implica que disminuye para cualquier cambio de temperatura, y esto no es así, sólo cambia al pasar de un grupo de temperaturas a otro. Por eso, la 1 es FALSA.

**71. A través de un proceso politrópico una masa de aire pasa de una temperatura y presión iniciales de 325 K y 125kPa respectivamente a una temperatura y presión finales de 500K y 2.96atm. El exponente politrópico de la transformación es:**

1. 20.23      2. 0.97      3. 8.76      4. 1.41      **5. 1.96**

Politrópico:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-n} \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-n} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Tenemos  $T_1 = 325 \text{ K}$ ,  $T_2 = 500\text{K}$ ,  $P_1 = 125 \text{ kPa}$  y  $P_2 = 2,96 \text{ atm} = 299,922 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 299,922 \text{ kPa}$ . Usamos la tercera ecuación:

$$\frac{500}{325} = \left(\frac{299,922}{125}\right)^{\frac{n-1}{n}} \rightarrow n = 1,969$$

**72. La ley de Weiss establece que el momento magnético de una muestra paramagnética depende del campo magnético externo  $H$  y de la temperatura absoluta  $T$  como ( $C$  es una constante):**

1.  $C \cdot H \cdot T$       2.  $C \cdot H \cdot T^{-2}$       **3.  $C \cdot H \cdot T^{-1}$**       4.  $C \cdot H \cdot T^{-3}$       5.  $C \cdot H \cdot T^2$

$$\left. \begin{array}{l} \chi = \frac{\bar{M}}{\bar{H}} \quad \forall \text{ material} \\ \chi = \frac{C}{T} \quad \text{para paramagnetismo} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\bar{M}}{\bar{H}} = \frac{C}{T} \rightarrow \bar{M} = \frac{C \cdot \bar{H}}{T}$$

73. Sean  $n$  moles de un gas ideal, con volumen  $V_0$  a la temperatura  $T$ , que se comprime en forma lenta isotérmicamente, hasta  $1/3$  de su volumen inicial. ¿Qué cantidad de calor debe fluir del gas hacia el exterior?: Datos:  $R = \text{cte. gas ideal}$ .

1.  $n \cdot R \cdot T \cdot \ln 9$       2.  $-n \cdot R \cdot T \cdot \ln 3$       3.  $3n \cdot R \cdot T \cdot \ln 3$       4.  $(1/3)n \cdot R \cdot T \cdot \ln 3$       5.  $3n \cdot R \cdot T$

$$\Delta Q = n \cdot c_v \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{1/3}{1} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{1}{3} = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln 3$$

74. Consideremos una persona desnuda de superficie corporal  $1.5 \text{ m}^2$ , cuya piel está a  $33^\circ\text{C}$  y se encuentra en una habitación a  $29^\circ\text{C}$ . ¿A qué velocidad pierde calor por convección, tomando la constante de transmisión del calor por convección  $q = 1.7 \times 10^{-3} \text{ kcal s}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}^{-1}$ ?:

1.  $0.01 \text{ kcal s}^{-1}$       2.  $0.1 \text{ kcal s}^{-1}$       3.  $1 \text{ kcal s}^{-1}$       4.  $10 \text{ kcal s}^{-1}$       5.  $0.001 \text{ kcal s}^{-1}$

Ley de Fourier:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -K \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = -q \cdot A \cdot \Delta T = -1.7 \cdot 10^{-3} \cdot 1.5 \cdot (33 - 29) = -0.0102 \text{ kcal} \cdot \text{s}^{-1}.$$

75. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera de un sistema aislado que consiste en 15 moléculas de gas?, según la segunda ley de la termodinámica:

1. La entropía del gas no puede disminuir.      2. La entropía del gas no puede aumentar.  
3. No es probable que la entropía del gas disminuya.      4. No es probable que la entropía del gas aumente.  
5. La entropía del gas debe permanecer igual.

Para casos microscópicos (varias moléculas): Es improbable que la entropía del universo disminuya.

Para casos macroscópicos: Es imposible que la entropía del universo disminuya.

Como el sistema está aislado  $\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{gas}}$ . Y como el ejercicio es microscópico, podemos decir que es improbable que la entropía del universo y por tanto la del gas disminuya.

76. En relación al ciclo de Carnot es FALSO que:

1. Queda representado por un rectángulo en un diagrama TS.  
2. Todo el calor se absorbe a una temperatura alta  $T_H$  constante y se emite a una temperatura baja constante  $T_C$ .  
3. Los procesos entre las isothermas  $T_H$  y  $T_C$  son adiabáticos.  
4. El rendimiento de un motor de Carnot viene dado por  $1 - T_H/T_C$ .  
5. Los procesos entre las isothermas  $T_H$  y  $T_C$  son isocoros.

ANULADA

Respuestas 1, 2 y 3 Verdaderas.

Respuestas 4 y 5 Falsas y por tanto incorrectas.

El rendimiento de un ciclo de Carnot viene dado por:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_{\text{frio}}}{T_{\text{caliente}}} = 1 - \frac{T_{\text{cold}}}{T_{\text{hot}}} \rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

En cambio en la respuesta 4 las temperaturas están al revés por lo que la respuesta 4 es falsa.

En un ciclo de carnot hay 2 isothermas y 2 adiabáticas alternas, no hay isócoras por lo que la 5 es falsa.

77. Dos moles de un gas perfecto se calientan de  $0$  a  $100^\circ$ . Calcule la variación de energía interna en el proceso: Datos:  $C_p = 40 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$ ,  $R = 8.3 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$ .

1.  $8000 \text{ J}$       2.  $0 \text{ J}$       3.  $6340 \text{ J}$       4.  $1660 \text{ J}$       5.  $3170 \text{ J}$



$$\left. \begin{aligned} \Delta U &= n \cdot c_v \cdot \Delta T \\ c_p - c_v &= R \rightarrow c_v = c_p - R = 40 - 8,31 = 31,69 \text{ J/K} \cdot \text{mol} \\ n &= 2 \quad \Delta T = 100^\circ\text{C} = 100\text{K} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta U = 2 \cdot 31,69 \cdot 100 = 6338 \text{ J}$$

Cuidado: Tenemos que usar  $c_v$  y nos dan  $c_p$ . Si hubiéramos usado  $c_p$  nos hubiera salido la respuesta 1.

78. Un tanque contiene 18 kg de  $\text{N}_2$  gas ( $M=28\text{g/mol}$ ) a la presión de 4.5 atm. ¿Cuánto gas de  $\text{H}_2$  ( $M=2\text{g/mol}$ ) a 3.5 atm se puede tener en el mismo recipiente?:

1. 0.78 kg      2. 1.29 kg      3. 1.0 kg      4. 0.88 kg      5. 1.41 kg

$$\left. \begin{aligned} P \cdot V &= n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{P_{\text{H}_2}}{P_{\text{N}_2}} = \frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{N}_2}} \\ m &= M \cdot n \rightarrow n_{\text{N}_2} = \frac{m}{M} = \frac{18}{28 \cdot 10^{-3}} = 642,857 \text{ moles} \\ P_{\text{N}_2} &= 4,5 \text{ atm} \quad P_{\text{H}_2} = 3,5 \text{ atm} \end{aligned} \right\} \rightarrow n_{\text{H}_2} = 500 \text{ moles H}_2$$

$$m = M \cdot n \rightarrow m_{\text{H}_2} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 1,0 \text{ kg}$$

79. Una recámara de bicicleta contiene unos 2500 moles de aire. ¿Cuál es el cambio de energía interna de esta cantidad de aire cuando se enfría de  $23,9^\circ\text{C}$  a  $11,6^\circ\text{C}$  a presión constante de 1 atmósfera?: Datos: Trate el aire como gas ideal con  $\gamma=1,4$ .

1.  $-2,67 \times 10^5 \text{ cal}$       2.  $-2,67 \times 10^5 \text{ J}$       3.  $-6,39 \times 10^5 \text{ J}$       4.  $+2,67 \times 10^5 \text{ J}$       5.  $-6,39 \times 10^5 \text{ J}$

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T = 2500 \cdot \frac{5}{2} \cdot R \cdot (11,6 - 23,9) = -6,39 \cdot 10^5 \text{ J}$$

que es tanto la respuesta 3 como la 5 y por eso fue anulada.

80. Un dipolo eléctrico oscilante está ubicado en el origen de coordenadas y orientado en el eje Z. ¿En qué dirección es máxima la radiación promedio?:

1. En la dirección Z, positiva y negativa.      2. En cualquier dirección radial.      3. En la dirección azimutal.  
4. En cualquier dirección radial del plano  $Z=0$ .      5. En las direcciones de ángulo polar igual a  $45^\circ$ .

Teoría.

81. El potencial vectorial magnético vale en una cierta región del espacio  $(0, kx, 0)$ , en cartesianas. ¿Qué valor tiene el campo inducción magnética B?:

1.  $(-k, 0, 0)$       2.  $(0, -k, 0)$       3.  $(k, 0, 0)$       4.  $(0, k, 0)$       5.  $(0, 0, k)$

$\vec{A}$  = potencial vector.

$\vec{B}$  = potencial vectorial magnético.

$\vec{\nabla} \times$  = rotacional.

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & kx & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial(kx)}{\partial x} \vec{k} - \frac{\partial(kx)}{\partial z} \vec{i} = k\vec{k} - 0\vec{i} = k\vec{k} = (0, 0, k)$$

82. Un condensador de  $20 \mu\text{F}$  se carga por completo mediante una fuente continua. A continuación se desconecta de la fuente y se conecta a un inductor de  $5 \text{ mH}$ . Si la resistencia del circuito es despreciable, el periodo de oscilación de este circuito LC es, en milisegundos, aproximada-mente igual a:

1. 2.0      2. 1.3      3. 0.31      4. 3.4      5. 7.3

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 2\pi \cdot \sqrt{20 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1,987 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1,987 \text{ ms.}$$

83. Un Klystron inyecta una potencia de  $100 \text{ kW}$  en una guía de ondas, la guía tiene un coeficiente de atenuación de potencia de  $0,15 \text{ dB/m}$  y una longitud de  $2 \text{ m}$ . La potencia a la salida de la guía será:

1. 30.00 kW

2. 33.33 kW

3. 70.00 kW

4. 93.33 kW

5. 96.61 kW

$$\left. \begin{aligned} B &= 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \\ I_0 &= 100 \text{ kW} \\ B &= -0,15 \frac{\text{dB}}{\text{m}} \cdot 2\text{m} = -0,3\text{dB} \text{ (negativo porque pierde)} \end{aligned} \right\} \rightarrow I = 93,325 \text{ kW}.$$

84. Una bobina sin núcleo magnético que tiene un coeficiente de autoinducción 2 mH acumula una energía de 900 mJ cuando por ella circula una corriente de 30 A. Si por la bobina circularan 3 A la energía sería:

1. 0.09 mJ

2. 0.9 mJ

3. 9 mJ

4. 90 mJ

5. 900 mJ

Inicialmente  $L = 2\text{mH}$ ,  $E = 900\text{mJ}$ ,  $I = 30\text{A}$ , lo cual es correcto porque  $E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$  y salen las cuentas.

Después:

$$E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{H} \cdot 3^2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{J} = 9 \text{mJ}$$

85. Se tiene un medio homogéneo de conductividad eléctrica  $\sigma$ , permitividad eléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ . ¿Cuánto vale el tiempo de relajación que caracteriza la evolución del medio hasta alcanzar el equilibrio electrostático?:

1.  $(\epsilon\mu)/\sigma$ 2.  $(\epsilon\mu)^{1/2}/\sigma$ 3.  $\sigma/(\epsilon\mu)$ 4.  $\epsilon/\sigma$ 5.  $\mu/\sigma$ 

$$\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

86. Se tiene un dipolo eléctrico que varía con el tiempo de forma armónica, de amplitud  $p_0$  y frecuencia angular  $\omega_0$ . El dipolo irradia una potencia promedio  $P_0$ . ¿Cuál será la potencia promedio irradiada si se duplican ambas, la amplitud y la frecuencia del dipolo?:

1.  $P_0$ 2.  $4 P_0$ 3.  $16 P_0$ 4.  $32 P_0$ 5.  $64 P_0$ 

$$P = \frac{\mu_0 \cdot P_0^2 \cdot \omega^4}{32 \cdot \pi^2 \cdot c} \rightarrow \frac{P_1}{P_0} = \frac{\omega_1^4}{\omega_0^4} = 2^4 = 16 \rightarrow P_1 = 16P_0$$

87. ¿Cómo varía el coeficiente de autoinducción de una bobina con el número de espiras?:

1. No varía.

2. Crece linealmente.

3. Crece cuadráticamente.

4. Crece exponencialmente.

5. Disminuye linealmente.

$$L_{\text{bobina}} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{l} \rightarrow L \propto N^2$$

88. Al introducir un dieléctrico en un condensador plano paralelo con carga constante se crea una densidad de carga de polarización en las superficies que están en contacto con las placas,  $\sigma_p$ , que modifica las líneas de campo en su interior. Indique la FALSA de las siguientes afirmaciones:

1. La densidad de líneas de E disminuye dentro del dieléctrico respecto al vacío.

2. Las líneas de P sólo existen dentro del dieléctrico.

3. Las líneas de D tienen sentido opuesto a las líneas de P en el dieléctrico.

4. La densidad de líneas de D se mantiene igual dentro del dieléctrico y en el vacío.

5. Las líneas de E tienen el mismo sentido que las líneas de D en el dieléctrico.

Tienen el mismo sentido.

89. Una moneda de cobre tiene una masa de 3 gramos ¿cuál es la carga total de los electrones en la moneda?: Datos:  $Z=29$ , Masa atómica=63.5 g/mol

1.  $-1.32 \times 10^5 \text{ C}$

2.  $-0.132 \times 10^5 \mu\text{C}$

3.  $-11.32 \times 10^5 \text{ C}$

4.  $-1.32 \times 10^5 \mu\text{C}$

5.  $-0.132 \times 10^5 \text{ C}$

$$3g \cdot \frac{1 \text{ mol}}{63,5g} \cdot \frac{N_A \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} \cdot \frac{29e^-}{1 \text{ átomo}} \cdot \frac{(-e)C}{1e^-} = -1,322 \cdot 10^5 \text{ C}$$

90. ¿Cuál es la dependencia a grandes distancias d del potencial eléctrico generado por un cuadrupolo eléctrico?:

1.  $1/d^2$

2.  $1/d^3$

3.  $1/d^4$

4.  $1/d^5$

5.  $1/d$

Es importante saberse todo sobre dipolos y cuadrupolos.

91. ¿Se puede afirmar que, en la superficie de separación entre dos medios materiales, la componente tangente del campo magnético H es continua?:

1. Solo si los dos medios tienen la misma permeabilidad magnética.

2. Siempre.

3. Sí, si no hay corrientes superficiales.

4. Cuando no hay cargas superficiales.

5. Nunca.

Efectivamente es así.

92. Un condensador tiene una impedancia reactiva de 9 kΩ cuando circula una corriente alterna de 2 A y 1000 Hz. Cuando circule una corriente de 1 A y 2000 Hz la impedancia será:

1. 81 kΩ.

2. 18 kΩ.

3. 9 kΩ.

4. 4.5 kΩ.

5. 3 kΩ.

$$\chi_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \rightarrow \frac{\chi_2}{\chi_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{f_2}{f_1} \rightarrow \frac{\chi_2}{9} = \frac{2000}{1000} \rightarrow \chi_2 = 18 \text{ k}\Omega$$

93. El primario de un transformador reductor tiene 250 vueltas, y está conectado a una tensión eficaz de 120 V. El secundario suministra una corriente de 20 A a una tensión de 9 V. Calcular la corriente en el circuito primario, y el número de vueltas que posee el circuito secundario:

1. 1.5 A, 18.75

2. 1.5 A, 3333

3. 267 A, 3333

4. 267 A, 18.75

5. 3.75 A, 18.75

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} \rightarrow \frac{250}{N_s} = \frac{120}{9} \rightarrow N_s = 18,75 \text{ vueltas.}$$

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p} \rightarrow \frac{120}{9} = \frac{20}{I_p} \rightarrow I_p = 1,5 \text{ A}$$

94. Una secadora eléctrica para el cabello está especificada a 1500 W y 120 V. Su potencia instantánea máxima será (Nota: la potencia especificada es potencia media y el voltaje especificado es voltaje eficaz rms):

1. 1500 W.

2. 2121.32 W.

3. 750 W.

4. 1060.66 W.

5. 3000 W.

$$P_{media} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot I = V_{ef} \cdot I_{ef}$$

$$P_{máxima} = V \cdot I = 2P_{media} = 2 \cdot 1500 = 3000 \text{ W}$$

95. El campo eléctrico E de una onda plana electromagnética, que se propaga en el vacío, vale 300 V/m. ¿Qué valor tendrá la inducción magnética B de dicha onda?:

1. 3.33 mT

2. 1 μT

3.  $9 \times 10^{10} \text{ T}$

4.  $10^6 \text{ T}$

5. 0.3 mT

$$E = c \cdot B \rightarrow B = \frac{E}{c} = \frac{300}{3 \cdot 10^8} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 1 \mu\text{T}$$

96. Un condensador de 2 μF de capacidad sometido a una diferencia de potencial de 10 V acumula una energía de 0.1 mJ. Si al condensador se le aplican 20 V la energía será:

1. 0.025 mJ.

2. 0.05 mJ.

3. 0.1 mJ.

4. 0.2 mJ.

5. 0.4 mJ.

Inicialmente  $C = 2 \mu\text{F}$ ,  $E = 0,1 \text{ mJ} = 10^{-4} \text{ J}$  y  $V = 10 \text{ V}$ , lo cual es correcto porque  $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$  y salen las cuentas.

Después:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 20^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ J} = 0,4 \text{ mJ}$$

97. Determinar el campo magnético en el centro de una espira de corriente cuadrada, de lado  $L=50$  cm, por la cual circula una corriente de intensidad 1.5 A:

1.  $1.67 \times 10^{-7} \text{ T}$

2.  $8.49 \times 10^{-7} \text{ T}$

3.  $1.89 \times 10^{-6} \text{ T}$

4.  $2.23 \times 10^{-6} \text{ T}$

5.  $3.39 \times 10^{-6} \text{ T}$

$$B = \frac{n \cdot \mu_0 \cdot I}{\pi \cdot l} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{4 \cdot \mu_0 \cdot 1,5}{\pi \cdot 0,5} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3,394 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

98. Un imán que genera un campo de 20 mT se introduce en el interior de un cubo de aluminio herméticamente sellado cuyas aristas tienen una longitud de 3 cm. El flujo del campo magnético a través de las seis caras del cubo es:

1. 108  $\mu\text{Wb}$

2. 36  $\mu\text{Wb}$

3. 18  $\mu\text{Wb}$

4. 9  $\mu\text{Wb}$

5. 0  $\mu\text{Wb}$

El flujo del campo magnético a través de una superficie cerrada es nulo.

99. Una instalación eléctrica de corriente alterna consume 30 kW-h en un día, está alimentada con 220 V eficaces y su impedancia equivalente es una resistencia. ¿Qué valor promedio tiene la corriente eficaz?:

1. Falta el dato de la resistencia.

2. 136 A

3. 3.27 A

4. 7.33 A

5. 5.68 A

$$P = \frac{E}{t} = \frac{108000}{1 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 1,25 \text{ kW}$$

$$P = I \cdot V \rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1,25 \cdot 10^3}{220} = 5,68 \text{ A}$$

100. Una carga  $q_1=8\text{nC}$  se encuentra en el origen y una segunda carga positiva  $q_2=12\text{nC}$  está sobre el eje x a la distancia  $a=4$  m. Determina el campo eléctrico resultante en el punto  $P_1$  sobre el eje x en  $x=7$  cm y en  $P_2$  situado en  $x=3$  m. Las respuestas son respectivamente: Datos: “i” es vector unitario.

1. (13.5 N/C)i, (-100 N/C)i

2. (15.6 N/C)i, (100 N/C)i

3. (-13.5 N/C)i, (-100 N/C)i

4. (-15.6 N/C)i, (100 N/C)i

5. (17.2 N/C)i, (-100 N/C)i

ANULADA

$$\vec{E} = \sum k \cdot \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{r}$$

Lo que piden es 7cm y 3m pero no sale ninguna. La que dieron por buena fue la 1 que corresponde a los puntos 7m y 3m.

101. Un haz de electrones no relativistas de longitud infinita tiene densidad lineal de carga ‘ $\lambda$ ’ y sección circular de radio ‘a’. El campo eléctrico en el exterior del haz a una distancia ‘r’ de su eje está dado por:

1.  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$

2.  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{r}$

3.  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{r^2}$

4.  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$

5.  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} r$

Ni idea.

102. Se tiene un circuito serie formado por una resistencia R de 10  $\Omega$  y un condensador C de 20  $\mu\text{F}$ , conectado a un generador de corriente alterna de 30 V y frecuencia 50 Hz. Se añade una auto-inducción en serie L con el objetivo de que la corriente sea máxima. ¿Qué valor ha de tener L?:

1. 20 H

2. 0.5 H

3. 0.02 H

4. 3 H

5. 100 H

$$I_{\text{máx}} \text{ si } \chi_L = \chi_C \rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(2\pi f)^2 \cdot C} = \frac{1}{(2\pi 50)^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \rightarrow L = 0,507 \text{ H}$$

103. Una bobina de autoinducción de 5 mH y una resistencia de 15  $\Omega$  se sitúa entre los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna despreciable. ¿Cuál es la corriente final y la constante de tiempo?:

1. 3.4 A, 3000  $\mu\text{s}$

2. 2.2 A, 1200  $\mu\text{s}$

3. 1.4 A, 888  $\mu\text{s}$

4. 0.8 A, 333  $\mu\text{s}$

5. 0.4 A, 222  $\mu\text{s}$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{15} = 3,3333 \cdot 10^{-4} s = 333,33 \mu s$$

$$I = \frac{V_0}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{V_0}{15} \cdot (1 - e^{-\infty/333,33}) = \frac{12}{15} = 0,8A$$

Hemos puesto tiempo infinito porque piden corriente final, es decir la corriente cuando ha a pasado mucho tiempo.

**104. Una bombilla eléctrica emite ondas electromagnéticas esféricas uniformemente en todas direcciones. Calcular la presión de radiación, en pascals, a una distancia de 3m de la bombilla, suponiendo que se emiten 50W de radiación electromagnética:**

1.  $1.5 \times 10^{-19}$       2.  $1.5 \times 10^{-10}$       3.  $1.5 \times 10^{-9}$       4.  $1.5 \times 10^{-3}$       5. 1.5

$$I = \frac{P}{4\pi \cdot r^2} = \frac{P}{4\pi \cdot 3^2} = 0,442 W/m^2 \rightarrow P_r = \frac{I}{c} = \frac{0,442}{3 \cdot 10^8} = 1,47 \cdot 10^{-9} Pa$$

**105. ¿Cuál es el potencial eléctrico a una distancia  $r=0.529 \times 10^{-10}$  m de un protón? (Esta es la distancia media entre el protón y el electrón del átomo de hidrógeno) (Constante de Coulomb  $k=8.99 \times 10^9 N \cdot m^2/c^2$ ):**

1. 27.2 V      2. 13.6 V      3. -13.6 V      4. -27.2 V      5. 6.8 V

$$V = K \cdot \frac{q}{d} = 8,99 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_p}{0,529 \cdot 10^{-10}} = 27,3 V$$

**106. Se tiene un cable eléctrico rectilíneo y muy largo por el que circula una intensidad de 1 A. Se quiere estimar la inducción magnética B que se genera a una distancia de 10 cm del cable. ¿Qué valor tendrá B?:**

1. 2  $\mu T$       2. 2 T      3. 10 T      4. 0.1 T      5. Depende del diámetro del conductor.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot R} = \frac{\mu_0 \cdot 1}{2\pi \cdot 0,1} = 2 \cdot 10^{-6} T = 2\mu T$$

**107. Los iones del interior y exterior de una célula están separados por una membrana plana de 0.01 micras de grosor y de constante dieléctrica  $K=8$ . ¿Cuál es la capacidad de 1  $cm^2$  de membrana?  $\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} C N^{-1} m^{-2}$ :**

1. 0.7 F      2. 0.7 pF      3. 0.7  $\mu F$       4. 0.7 nF      5. 70 F

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} = K \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{10^{-4}}{0,01 \cdot 10^{-6}} = 7,08 \cdot 10^{-7} F = 708 nF = 0,708 \mu F.$$

**108. ¿Qué campo magnético se necesita para que un ion de  $O^{2+}$  (masa 32 uma) se mueva en una órbita circular de radio  $r=2$  m, a una velocidad de  $10^6 m s^{-1}$ ? Datos: 1 uma= $1.66 \times 10^{-27}$  kg,  $e=1.60 \times 10^{-19} C$**

1. 0.17 gauss      2. 0.17 tesla      3. 0.17 weber      4. 0.17 maxwell      5. 1700 tesla

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{v \cdot m}{r \cdot q} \\ v &= 10^6 m/s \quad r = 2m \quad q = e \\ m &= 32uma \cdot \frac{1g}{N_A umas} \cdot \frac{1kg}{10^3 g} = 5,31 \cdot 10^{-26} kg \end{aligned} \right\} \rightarrow 0,1658T = 1658G$$

**109. Un condensador de 2.0  $\mu F$  se carga a través de un resistor de 30  $M\Omega$  por una batería de 45 V. Encuéntrase la carga del condensador la corriente a través de la resistencia, ambos después de 83 s de haberse iniciado el proceso de carga:**

1. 6.7  $\mu C$ , 0.38  $\mu A$       2. 67  $\mu C$ , 0.38  $\mu A$       3. 67  $\mu C$ , 3.8  $\mu A$       4. 0.67  $\mu C$ , 0.38  $\mu A$       5. 67  $\mu C$ , 0.38  $\mu A$

**ANULADA**

$$Q = Q_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = C \cdot V_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 45 \cdot (1 - e^{-\frac{83}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7}}) = 0,674 \mu C \text{ que es la 4.}$$

$$I = \frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{45}{3 \cdot 10^7} \cdot e^{-\frac{83}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7}} = 3,76 \cdot 10^{-7} A = 0,376 \mu A \text{ que es la 4.}$$

Es claramente la 4 pero fue anulada porque las respuestas 3 y 5 son iguales.

**110. Según la ley de Faraday, una condición necesaria y suficiente para que se induzca una fuerza electromotriz en un circuito cerrado es la presencia en el mismo de:**

1. Un campo magnético.                      2. Materiales magnéticos.                      3. Una corriente eléctrica.

**4. Un flujo magnético variable en el tiempo.**

5. Un campo magnético variable en el tiempo.

Ley de Faraday: el voltaje o fem inducida en una bobina es directamente proporcional a la rapidez del flujo magnético por unidad de tiempo en una superficie cualquiera con el circuito como borde:

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{con } \varphi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

**111. Se conecta un condensador  $C_1$  de  $10 \mu F$  en serie con otro  $C_2$  de  $20 \mu F$  y se aplica al conjunto una batería de 6 V. Hallar la diferencia de potencial ( $\Delta V$ ) en cada condensador:**

1.  $\Delta V_1=2 \text{ V}; \Delta V_2= 1 \text{ V}$

2.  $\Delta V_1=9 \text{ V}; \Delta V_2= 4.5 \text{ V}$

3.  $\Delta V_1=22 \text{ V}; \Delta V_2= 11 \text{ V}$

**4.  $\Delta V_1=4 \text{ V}; \Delta V_2= 2 \text{ V}$**

5.  $\Delta V_1=18 \text{ V}; \Delta V_2= 9 \text{ V}$

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \rightarrow 6 = Q \cdot \left( \frac{1}{10 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{20 \cdot 10^{-6}} \right) \rightarrow Q = 40 \cdot 10^{-6} C$$

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} = 4V \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}} = 2V$$

**112. Una bobina ( $5 \Omega$ ,  $N=100$  y  $d=6 \text{ cm}$ ) está situada entre los polos de un imán de modo que el flujo magnético es máximo a través del área transversal de la bobina. Cuando se quita la bobina repentinamente, una carga de  $10^{-4} \text{ C}$  fluye por un galvanómetro de  $595 \Omega$  conectado al imán. ¿Cuál es el campo magnético del imán?:**

1.  $0.17 \text{ T}$

2.  $0.09 \text{ T}$

**3.  $0.21 \text{ T}$**

4.  $0.13 \text{ T}$

5.  $0.05 \text{ T}$

$$V = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{0 - BNS}{\Delta t} = \frac{BNS}{\Delta t} \rightarrow V\Delta t = BNS$$

(el flujo final es cero porque se quita la bobina)

Una carga fluye por el galvanómetro:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{V}{R_{\text{galvanómetro}}} \\ q &= \int_0^{\Delta t} i dt = i \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \rightarrow q = \frac{V \cdot \Delta t}{R_G}$$

De ambas ecuaciones sacamos que:

$$q = \frac{BNS}{R_G} \rightarrow B = \frac{q \cdot R_G}{N \cdot S} = \frac{10^{-4} \cdot 595}{100 \cdot (\pi \cdot 0.03^2)} = 0.21 T$$

**113. Estimar el campo eléctrico necesario para arrancar un electrón de un átomo en un tiempo comparable a lo que tarda el electrón en dar una vuelta alrededor del núcleo:**

1.  $8 \times 10^9 \text{ Z}^2 \text{ V/cm}$

2.  $5 \times 10^{11} \text{ Z}^5 \text{ V/cm}$

3.  $3 \times 10^8 \text{ Z}^{3/2} \text{ V/cm}$

**4.  $2 \times 10^9 \text{ Z}^3 \text{ V/cm}$**

5.  $7 \times 10^{10} \text{ Z}^{2/3} \text{ V/cm}$

Este ejercicio es infumable.

**114. Para penetrar la barrera de Coulomb de un núcleo ligero, un protón debe tener una energía mínima del orden de:**

1.  $1 \text{ GeV}$

**2.  $1 \text{ MeV}$**

3.  $1 \text{ keV}$

4.  $10 \text{ keV}$

5.  $1 \text{ eV}$

$$\left. \begin{array}{l} U = K \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^2}{r} \\ Z_1 = 1 \text{ (protón)} \\ Z_2 = 1 \text{ (átomo ligero)} \\ \frac{U}{e} = \text{energía en eV} \\ r \approx 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow U(\text{eV}) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{e}{10^{-15}} = 1,44 \cdot 10^6 \text{ eV} \approx 1 \text{ MeV}$$

115. Estimar la longitud de onda de mayor energía en el espectro característico de rayos X del cobre (Z=29): Datos:  $R=1.09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

1. 3.58 Angstrom      2. 5.63 Angstrom      3. 7.27 Angstrom      **4. 1.24 Angstrom**      5. 9.82 Angstrom

$$E_n = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \rightarrow \Delta E_n = \frac{hc}{\lambda} = 13,6 \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13,6 \cdot Z^2}{hc} \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Tenemos que  $Z = 29 \rightarrow$  Capa 1= 2, capa 2 = 8, capa 3= 18, Total=28 electrones, así que el electrón 29 está en la capa 4.  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^9 \rightarrow$  hay un par de ellos en la capa 4 aunque no se haya llenado la capa 3.

Como la capa más alta es la 4  $\rightarrow n_i=4$ . Y como no dicen nada  $n_f=1$ :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13,6 \cdot 29^2}{hc} \cdot \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \rightarrow \lambda = 1,15 \text{ Å}$$

116. El recorrido libre medio de neutrones en plomo es de unos 5 cm. Encontrar la sección eficaz total para neutrones en plomo: Datos:  $A \approx 200, \rho=10 \text{ g/cm}^3$

**1. 6.64 b**      2. 3.42 b      3. 0.56 b      4. 12.35 b      5. 17.57 b

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{1}{\mu} \rightarrow \mu = \frac{1}{\lambda} \\ \mu = \frac{\delta \cdot N_A}{A} \mu_a \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\delta \cdot N_A}{A} \mu_a = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \mu_a = \frac{A}{\delta \cdot N_A \cdot \lambda} = \frac{200}{10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot N_A \frac{\text{átomos}}{\text{g}} \cdot 5 \text{ cm}} = 6,642 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 = 6,642 \text{ b.}$$

117. Encuentre la energía umbral para la reacción  $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$  en el sistema de referencia laboratorio:

1. 135 MeV      2. 559 MeV      3. 144 MeV      **4. 280 MeV**      5. 77 MeV

$$Q = E_i - E_f = 2E_p - E_\pi - 2E_p = -E_\pi = -139,6 \text{ MeV}$$

$$T = -Q \cdot \frac{\sum m}{2m_A} = -Q \cdot \frac{4m_p + m_\pi}{2 \cdot m_p} = 139,6 \cdot \frac{4 \cdot 939,27 + 139,6}{2 \cdot 939,27} = 289,57 \text{ MeV}$$

118. En la reacción  $\pi^+ + p \rightarrow X$  se forma una resonancia de anchura 115 MeV y masa  $1232 \text{ MeV}/c^2$ . Calcula su vida media:

1.  $7.43 \times 10^{-12} \text{ s}$       **2.  $5.72 \times 10^{-24} \text{ s}$**       3.  $4.56 \times 10^{-15} \text{ s}$       4.  $3.59 \times 10^{-23} \text{ s}$       5.  $6.20 \times 10^{-29} \text{ s}$

$$\Gamma = 115 \text{ MeV} = 115 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1,8425 \cdot 10^{-11} \text{ J} \rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = 5,7236 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

119. ¿Cuál de los siguientes núcleos presenta una mayor capacidad de moderación de neutrones de 2 MeV?:

1.  $^2\text{H}$       2.  $^4\text{He}$       3.  $^{12}\text{C}$       **4.  $^1\text{H}$**       5.  $^{238}\text{U}$

$^1\text{H}$  por ser el de menor  $A$  además de ser el que se suele usar.

120. La velocidad media de un electrón en la primera órbita de Bohr de un átomo de número atómico  $Z$  es, en unidades de la velocidad de la luz:

1.  $Z^{3/2}$       2.  $Z$       3.  $Z^{1/2}/137$       4.  $Z^2/137$       **5.  $Z/137$**

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2} &= m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{mv} = \frac{r^2 \cdot v}{r} = r \cdot v \\ L &= m \cdot r \cdot v = n\hbar \rightarrow r \cdot v = \frac{n\hbar}{m} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{mv} &= \frac{n\hbar}{m} \rightarrow v = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{n\hbar} = Z \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \cdot \frac{c}{n} \\ \alpha &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \end{aligned} \right\} \rightarrow v = Z \cdot \alpha \cdot \frac{c}{n}$$

En unidades de la luz,  $c=1$ ,  $\alpha = 1/137$ . Además dicen la primera órbita de Bohr  $n=1$ . Por tanto:

$$v = Z \cdot \frac{1}{137} \cdot \frac{1}{1} = \frac{Z}{137}$$

**121. Teniendo una energía libre de 4.5GeV, ¿cuál es el isótopo más masivo que teóricamente se puede crear de la nada?**

1.  ${}^3\text{He}$       2.  ${}^2\text{D}$       3.  ${}^4\text{He}$       4.  ${}^3\text{T}$       5.  ${}^5\text{He}$

Para crear una partícula de la nada, hay que crear su antipartícula, así que cada mitad de la energía va a ser para cada una:

$$E_{particula} = \frac{E_{total}}{2} = \frac{4,5}{2} = 2,25\text{GeV} = 2250\text{MeV} \cdot \frac{1\text{uma}}{931,5\text{MeV}} = 2,415\text{umas}$$

esa es la energía máxima de la partícula generada  $\rightarrow A \leq 2,4\text{umas} \rightarrow A = 2 \rightarrow {}^2\text{D}$

**122. ¿Qué energía cinética mínima han de tener los núcleos de  ${}^3\text{He}$  para que la reacción  ${}^9\text{Be} ({}^3\text{He}, {}^3\text{H}) {}^9\text{B}$  tenga lugar?:**  
**Datos:**  $m({}^9\text{Be})=8.3927496 \text{ GeV}/c^2$ ;  $m({}^3\text{He})=2.8083900 \text{ GeV}/c^2$ ;  $m({}^3\text{H})=2.8089206 \text{ GeV}/c^2$ ;  $Q=1.088 \text{ MeV}$

1. 2.13 MeV      2. 0 MeV      3. 1.45 MeV      4. 2.82 MeV      5. 0.92 MeV

$$T = -Q \cdot \frac{M_a + M_A}{M_A} = 1,088 \cdot \frac{8,3927496 + 2,8083900}{8,3927496} = 1,452\text{MeV}$$

**123. En la interacción de la radiación gamma con la materia:**

1. La producción de pares domina sobre el efecto Compton para energías muy altas (100 MeV) y Z grande.

2. El efecto Compton es predominante a partir de 200 MeV y Z grande.

3. La producción de pares y el efecto Compton son igual de probables para cualquier energía.

4. El efecto fotoeléctrico predomina para energías superiores a los 100 MeV.

5. El efecto Compton, el efecto fotoeléctrico y la producción de pares ocurren para cualquier energía.

El efecto fotoeléctrico domina a energías bajas, el efecto Compton a energías medias y producción de pares a energías altas.

**124. Cuando un átomo de  ${}^{235}\text{U}$  fusiona en un reactor, se liberan alrededor de 200MeV de energía. Suponga que el reactor que usa  ${}^{235}\text{U}$  suministra 700MW y tiene una eficiencia de 20%. ¿Qué masa de  ${}^{235}\text{U}$  se consume en un día?:**  
**Datos:**  $1 \text{ MeV} = 1.6 \times 10^{-13} \text{ J}$

1. 37 kg.      2. 3.7 kg.      3. 0.37 kg.      4. 0.037 kg.      5. 0.0037 kg.

$$E_{suministrada} = P \cdot t = (700 \cdot 10^6) \cdot (24 \cdot 3600) = 6,048 \cdot 10^{10} \text{ J} = 3,7747 \cdot 10^{26} \text{ MeV}$$

Pero la energía suministrada es el 20% de la energía absorbida:

$$E_{suministrada} = \frac{20}{100} \cdot E_{absorbida} \rightarrow E_{abs} = 5 \cdot E_{sum} = 1,88735 \cdot 10^{27} \text{ MeV}.$$

Como sabemos que cada átomo de U-235 libera 200MeV

$$m = 1,88735 \cdot 10^{27} \text{ MeV} \cdot \frac{1\text{átomo}}{200\text{MeV}} \cdot \frac{1\text{mol}}{N_A\text{átomos}} \cdot \frac{235\text{g}}{1\text{mol}} \cdot \frac{1\text{kg}}{10^3\text{g}} = 3,683\text{kg}$$



125. Un sujeto ingiere una sustancia radiactiva cuya semivida física es de 8.0 días y cuya semivida biológica es de 16.0 días. En este caso, al cabo de dos días la actividad inicial A de la sustancia pasa a ser  $\alpha A$ , con  $\alpha$  aproximadamente igual a:

1. 0.52

2. 0.83

3. 0.88

4. 0.77

5. 0.69

$$\lambda_{total} = \lambda_{física} + \lambda_{biológica} = \ln 2 \cdot \left( \frac{1}{T_{física}} + \frac{1}{T_{biológica}} \right) = \ln 2 \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = 0,13 \text{ días}^{-1}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda_{total} \cdot t} \rightarrow \alpha = e^{-\lambda_{total} \cdot t} = e^{-0,13 \cdot 2} = 0,7711$$

126. Para los nucleidos estables, la relación N/Z ha de estar entre ciertos límites:

1. Si A es impar, para cada valor de A puede haber 1, 2 ó 3 isótopos estables.

2. Si A es impar, para cada valor de Z puede haber muchos isótopos estables.

3. Si A es impar, para cada valor de A sólo hay un único isobaro estable.

4. Si A es par, para cada valor de Z hay 1 o como máximo 2 isótopos estables.

5. Si A es par, la mayoría de los nucleidos estables tienen un número par de neutrones y par de protones.

Mientras que para A par tal que N y Z impares a la vez apenas tiene núcleos estables.

127. El primer término de la segunda serie radiactiva natural ( $4n+2$ ), U-238, se desintegra en:

1. Pb-208

2. Pb-206

3. Pb-207

4. Bi-209

5. Np-237

1)  $208 = 4 \cdot 52 + 0 = 4n$

2)  $206 = 4 \cdot 51 + 2 = 4n + 2$

3)  $207 = 4 \cdot 51 + 3 = 4n + 3$

4)  $209 = 4 \cdot 52 + 1 = 4n + 1$

5)  $237 = 4 \cdot 59 + 1 = 4n + 1$

128. La ionización específica, se define como:

1. El número de pares de iones primarios, creados por la partícula incidente por unidad de recorrido de ésta en el medio material.

2. El número de pares de iones secundarios, creados por la partícula incidente por unidad de recorrido de ésta en el medio material.

3. El número de pares de iones, tanto primarios como secundarios, creados por la partícula incidente por unidad de recorrido de ésta en el medio material.

4. El número de pares de iones primarios, creados por las partículas secundarias generadas por unidad de recorrido de éstas en el medio material.

5. Este término no está definido en ninguna teoría.

Teoría.

129. La técnica experimental conocida como espectroscopia Mössbauer, emplea:

1. La radiación de un isótopo radiactivo y otro isótopo diferente en la muestra.

2. Nucleidos fisibles.

3. Partículas pesadas, como los piones.

4. Rayos gamma.

5. Electrones.

Teoría.

130. Estimar la energía rotacional característica de una molécula de O<sub>2</sub>, suponiendo que la separación de los átomos es de 0.1 nm:

1.  $0.66 \times 10^{-4} \text{ eV}$

2.  $1.31 \times 10^{-4} \text{ eV}$

3.  $2.62 \times 10^{-4} \text{ eV}$

4.  $5.24 \times 10^{-4} \text{ eV}$

5.  $8.23 \times 10^{-4} \text{ eV}$

$$I = \mu r^2 = \frac{m \cdot m}{m + m} \cdot r^2 \rightarrow I = \frac{1}{2} m r^2 \left. \vphantom{\frac{m \cdot m}{m + m}} \right\} \rightarrow E_0 = \frac{\hbar^2}{m \cdot r^2} = \frac{\hbar^2}{\left(16u \cdot \frac{10^{-3}kg}{N_A \text{umas}}\right) \cdot (10^{-10}m)} = 4,166 \cdot 10^{-23}J = 2,613 \cdot 10^{-4}eV$$

**131. La masa atómica del  $^{23}_{11}\text{Na}$  es 22.98977uma. ¿Cuál es la energía de ligadura promedio por nucleón?: Datos para el cálculo: masa del protón= 1.007825 uma, masa del neutrón= 1.008665 uma. Recuerde que 1 uma equivale a 931.5 MeV**

1. 106.5 MeV      **2. 8.11 MeV**      3. 185.8 MeV      4. 16.8 MeV      5. 15.48 MeV

Energía de ligadura:

$$E_B = (Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n + Z \cdot m_e - m_{at}) \cdot c^2$$

$$E_B = [11 \cdot m_p(\text{en umas}) + 12 \cdot m_n(\text{en umas}) + 11 \cdot m_e(\text{en umas}) - 22,98977] \cdot 931,5$$

$$E_B = 2,989 \cdot 10^{-11}J = 186,56\text{MeV}.$$

Pero cuidado que lo de antes da la respuesta 3 pero piden la energía de ligadura por nucleón:

$$\frac{E_B}{A} = \frac{186,56}{23} = 8,11\text{MeV/nucleón}$$

que es la respuesta 2.

**132. El núcleo  $^{198}_{78}\text{Au}$  es un emisor  $\beta^-$  con una semivida de 2.7 días. ¿Cuál es la actividad de una muestra que contiene 1  $\mu\text{g}$  de  $^{198}_{78}\text{Au}$  puro? Datos: El número de Avogadro es  $6 \times 10^{23}$  átomos/mol**

1.  $9 \times 10^9$  Ci      2.  $9 \times 10^{15}$  Bq      3.  $9 \times 10^{15}$  Ci      4.  $2 \times 10^{13}$  Bq      **5.  $9 \times 10^9$  Bq**

Semivida = periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = 2,7\text{días} = 233280\text{ s} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 2,971 \cdot 10^{-6}\text{s}^{-1} \left. \vphantom{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \right\} \rightarrow A = N_0 \cdot \lambda = 9,03 \cdot 10^9\text{Bq}$$

$$N_0 = 1\mu\text{g} \cdot \frac{10^{-6}\text{g}}{1\mu\text{g}} \cdot \frac{1\text{mol}}{198\text{g}} \cdot \frac{N_A \text{núcleos}}{1\text{mol}} = 3,04 \cdot 10^{15}\text{núcleos}$$

**133. La interacción débil es una fuerza fundamental. Señale la afirmación FALSA:**

1. Es la responsable de muchos procesos entre leptones y quarks. **ANULADA**
2. Es el único tipo de desintegración que sufren los neutrinos.      3. Es de corte alcance, aproximadamente  $10^{-3}\text{fm}$ .
4. A escala cósmica, controla la velocidad de reacción termonuclear en la secuencia principal de las estrellas.
5. Los estados ligados por la interacción débil conocidos son escasos.

Prácticamente igual a la 166.2009 que también se anuló pero la han mangado más todavía.

La 2 es falsa porque los neutrinos no se desintegran, son partículas estables. Otra cosa es que sólo aparezcan en desintegraciones por interacción débil de otras partículas.

La 5 es falsa. No se conoce ningún estado ligado, ni pocos ni muchos. Que no se conozcan no significa que no les haya, pero no se conocen.

Esas dos son falsas y las otras tres son verdaderas y por eso se anuló

**134. Calcular la actividad de una fuente de 30 MBq de  $^{24}_{11}\text{Na}$  después de 2.5 días ( $T_{1/2}=15.0$  h):**

1. 30.00 MBq      2. 7.50 MBq      3. 2.94 MBq      **4. 1.88 MBq**      5. 0 MBq

$$\left. \begin{aligned} A &= A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{12}} = \frac{\ln 2}{15} = 0,0462 h^{-1} \\ t &= 2,5 \text{ días} \cdot \frac{24 h}{1 \text{ día}} = 60 h \\ A_0 &= 30 MBq \end{aligned} \right\} \rightarrow A = 1,875 MBq$$

135. Dado un núcleo padre que decae a un núcleo hijo ( $\lambda_1=10$  s.) que a su vez decae a un tercer núcleo estable ( $\lambda_2=10$  h.) Determinar el tipo de equilibrio del proceso:

1. Equilibrio secular.

2. Equilibrio espacio-temporal.

3. No equilibrio.

4. Equilibrio transitorio.

5. Equilibrio forzado.

**ANULADA**

Hay una errata en el enunciado:  $\lambda_1=10$  s y  $\lambda_2=10$  h. O están mal las unidades ( $[\lambda] = \text{tiempo}^{-1}$ ) o está mal la magnitud y nos están dando algún tiempo, como por ejemplo el periodo de semidesintegración. Como es una errata, se anuló.

136. Sabiendo que la densidad del cloruro sódico (NaCl) es  $2,16 \text{ g/cm}^3$  podemos afirmar que la separación de equilibrio entre los iones  $\text{Na}^+$  y  $\text{Cl}^-$  es: Datos: masa atómica Na=23; masa atómica Cl=35,4

1. 282 pm.

2. 0.320 nm.

3. 0.124 nm.

4. 36 angstroms.

5.  $67 \cdot 10^{-8} \text{ m}$ .

La sal es una estructura cúbica simple (intercalando las dos redes) lo que significa que por cada celda hay 1/2 átomos de cloro y 1/2 átomos de sodio. Es decir, en el volumen del cubo unidad tenemos:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{1}{2} m_{\text{Cl}} + \frac{1}{2} m_{\text{Na}} = \frac{1}{2} (23 + 35,4) = 29,2 \text{ umas} \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{N_A \text{ umas}} = 4,8488 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \\ \delta &= 2,16 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \cdot \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2,16 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ \delta &= \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\delta} = l^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{\frac{m}{\delta}} \end{aligned} \right\} \rightarrow l = 2,8209 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 282,09 \text{ pm}$$

137. Un dipolo eléctrico con momento dipolar de magnitud  $0,06 \text{ e} \cdot \text{nm}$  forma un ángulo de  $35^\circ$  con un campo eléctrico uniforme de magnitud  $10^3 \text{ N/C}$ . Determine la magnitud del momento del par que actúa sobre el dipolo:

1.  $2,26 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$

2.  $3,32 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$

3.  $5,51 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$

4.  $6,73 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$

5.  $7,87 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$

$$M = m \cdot E \cdot \sin \theta = 0,06 \cdot e \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 \cdot \sin 35 = 5,5138 \cdot 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$$

138. El uranio natural es una mezcla de los isótopos U-238 (99,28%,  $T_{1/2}=4,47 \times 10^9$  años) y U-235 (0,72%,  $T_{1/2}=7,04 \times 10^9$  años). ¿Cuál es la edad del sistema solar si se supone que en su creación ambos isótopos estaban presentes en la misma cantidad?:

1.  $1,4 \times 10^9$  años

2.  $3,02 \times 10^{14}$  años

3.  $5,91 \times 10^9$  años

4. 6000 años

5.  $8,45 \times 10^9$  años

**ANULADA**

Esta fue anulada porque dieron mal el dato del U-235. Deberían haber puesto: U-238 (99,28%,  $T_{1/2}=4,47 \times 10^9$  años) y U-235 (0,72%,  $T_{1/2}=7,04 \times 10^8$  años).

139. Siendo  $E_{\text{kin}}$  la energía cinética y  $E_{\text{pot}}$  la energía potencia, en una órbita circular de Bohr se tiene que:

1.  $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$

2.  $E_{\text{kin}} = -E_{\text{pot}}$

3.  $E_{\text{pot}} = -2E_{\text{kin}}$

4.  $E_{\text{pot}} = 2E_{\text{kin}}$

5.  $2 \cdot E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$

Teorema del virial:

$$T = \frac{n}{2} \cdot V \quad y \quad V = k \cdot r^n$$

Para Coulomb,  $n = -1$ :

$$T = \frac{-1}{2} \cdot V \rightarrow V = -2T \quad y \quad V = k \cdot r^{-1}$$

$$E_{\text{total}} = T + V = -\frac{V}{2} + V = \frac{V}{2} = -T$$

140. Un transmisor de radio de 1000 watios transmite a máxima potencia operando a una frecuencia de 880 kc/s. ¿Cuántos fotones emite por segundo?:

1.  $3.38 \times 10^{29}$

2.  $1.71 \times 10^{30}$

3.  $5.83 \times 10^{28}$

4.  $6.63 \times 10^{34}$

5.  $8.80 \times 10^{32}$

$$E = P \cdot t = \frac{P}{f} = h \cdot c \cdot n \rightarrow n = \frac{P}{f \cdot h \cdot c} \left. \begin{array}{l} f = 880 \text{ kc/s} = \frac{880 \cdot 10^3}{c} \\ P = 1000 \text{ W} \end{array} \right\} \rightarrow n = \frac{1000}{\frac{880 \cdot 10^3}{c} \cdot h \cdot c} = 1,715 \cdot 10^{30} \text{ fotones}$$

141. Dado un material de espesor 1 mm y densidad  $1.2 \text{ g/cm}^3$  con coeficientes másicos de atenuación y absorción  $8.1 \text{ cm}^2/\text{g}$  y  $6.2 \text{ cm}^2/\text{g}$  respectivamente para fotones de 100 keV de energía. Determinar la proporción de fotones de dicha energía que atraviesan dicho material sin interaccionar cuando el haz incide perpendicularmente sobre él:

1. 37.8 %

2. 47.5 %

3. 21.2 %

4. 74.4 %

5. 97.2 %

$$\mu_m = \frac{\mu}{\delta} \rightarrow \mu = \delta \cdot \mu_m \rightarrow \begin{cases} \mu_{\text{atenuación}} = 1,2 \cdot 8,1 = 9,72 \text{ cm}^{-1} \\ \mu_{\text{absorción}} = 1,2 \cdot 6,2 = 7,44 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \rightarrow \% = \frac{I}{I_0} \cdot 100 = e^{-\mu x} \cdot 100 \rightarrow \begin{cases} \%_{\text{atenuación}} = 37,8\% \rightarrow \text{respuesta 1.} \\ \%_{\text{absorción}} = 47,5\% \rightarrow \text{respuesta 2.} \end{cases}$$

Pues será que el importante es el de atenuación.

142. Un fotón de 1.332 MeV procedente de un núcleo de Co-60 ha sido dispersado por un electrón un ángulo de  $140^\circ$  tras sufrir un proceso Compton. ¿Cuál es la energía de retroceso adquirida por el electrón?:

1. 1.094 MeV

2. 0.238 MeV

3. 1.332 MeV

4. -0.547 MeV

5. 0.000 MeV

Energía del fotón tras el choque:

$$E_f = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2} \cdot (1 - \cos \theta)} = \frac{1.332}{1 + \frac{1.332}{0.511} \cdot (1 - \cos 140)} = 0,2377 \text{ MeV}$$

Energía del electrón tras el choque:

$$E_{e^-} = E_0 - E_f = 1,332 - 0,2377 = 1,0943 \text{ MeV}$$

143. La serie radiactiva del Thorio empieza con el  ${}_{90}\text{Th}^{232}$  y finaliza con el  ${}_{82}\text{Pb}^{208}$ . ¿Podría indicar cuantas desintegraciones alfa y/o beta ocurren en la serie?:

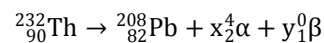
1. 4  $\alpha$  y 4  $\beta$

2. 6  $\alpha$  y 4  $\beta$

3. 6  $\alpha$  y 6  $\beta$

4. No se puede determinar.

5. Imposible de determinar pero siempre habrá más  $\beta$  que  $\alpha$ .



$$\text{Número másico: } 232 = 208 + 4x \rightarrow x = 6 \rightarrow 6 \text{ desintegraciones } \alpha$$

$$\text{Número atómico: } 90 = 82 + 2x + y \rightarrow 8 = 2 \cdot 6 + y \rightarrow y = -4 \rightarrow 4 \text{ desintegraciones } \beta^-$$

144. Calcular la energía cinética máxima de los positrones emitidos en la desintegración,  ${}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$ . Sabiendo que se trata de núcleos espejo y que  $R = r_0 A^{1/3} = 1,45 \cdot 10^{-15} A^{1/3} \text{ m}$ :

1. 5.43 MeV

2. 3.624 MeV

3. 1.81 MeV

4. 4.27 MeV

5. 0.511 MeV

Para núcleos espejo:

$$\Delta E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} A^{2/3}$$

siendo  $r_0$  el de la expresión:

$$R = r_0 A^{1/3}$$

Según el enunciado, de esta expresión sale que  $r_0 = 1,45 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ , por lo que:

$$\Delta E_c = 5,814 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 3,62 \text{ MeV}$$

Esa sería la diferencia entre las energías del O y del N, ahora falta una corrección debido a los positrones y a los protones y neutrones en los que difieren ambos núcleos.

$$O: \begin{cases} Z = 8 \\ N = A - Z = 7 \end{cases} \quad N: \begin{cases} Z = 7 \\ N = A - Z = 8 \end{cases}$$

$$corrección = (m_p(Z_N - Z_O) + m_n(N_N - N_O) + m_{e^+})c^2 = (-m_p + m_n + m_e) \cdot c^2 = 2,895 \cdot 10^{-13} J = 1,807 \text{ MeV}$$

Entonces ya podemos calcular la energía cinética máxima:

$$T_{m\acute{a}x} = \Delta E_c - corrección = 3,629 - 1,807 = 1,822 \text{ MeV}$$

**145. Determinar el umbral de la reacción  $^{32}\text{S}(n,p)^{32}\text{P}$  sabiendo que  $M(^{32}\text{S})=31.972071 \text{ u}$ ,  $M(n)=1.008645 \text{ u}$ ,  $M(p)=1.007825 \text{ u}$ ,  $M(^{32}\text{P})=31.973907 \text{ u}$ :**

**ANULADA**

1. 0.9464 MeV      2. 0.9762 MeV      3. -0.9464 MeV      4. -0.9762 MeV      5. 0.0011 MeV

$$Q = (m_i - m_f)c^2 = (31,972071 + 1,008645 - 1,007825 - 31,973907)u \cdot \frac{931,5 \text{ MeV}}{u} = -0,946404 \text{ MeV}$$

$$T_{cm} = -Q = 0,946404 \text{ MeV} = \text{respuesta 1.}$$

$$T_{laboratorio} = -Q \cdot \frac{m_a + m_b}{m_a} = +0,946404 \cdot \frac{31,972071 + 1,008645}{31,972071} = 0,97626 \text{ MeV} = \text{respuesta 2.}$$

Como no dicen si es en el sistema laboratorio o en el sistema centro de masas.

**146. Sabiendo que el rango de un protón en agua líquida es de 0.1230 cm, determinar el rango de un deuterón en el mismo material si incide con la misma energía cinética:**

**ANULADA**

1. 0.1230 cm      2. 0.0615 cm      3. 0.2460 cm      4. 0.0000 cm      5. 0.4920 cm

Si dijeran que tienen la misma velocidad, además del mismo material:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{Z_2^2}{Z_1^2} \rightarrow \frac{R_p}{R_D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1^2}{1^2} = \frac{1}{2} \rightarrow R_D = 2R_p = 2 \cdot 0,1230 = 0,2460 \text{ cm}$$

En cambio dicen que tienen la misma energía cinética. Al tener la misma energía cinética y diferente masa, tendrán diferente velocidad y no se puede utilizar la ecuación anterior y por tanto no se puede calcular.

**147. Un haz de electrones, inicialmente de 16 MeV, atraviesa un cierto espesor de plomo ( $Z_{\text{plomo}} = 82$ ). Calcular la energía crítica de este haz en dicho medio:**

1. 0.1025 MeV      2. 0.12 MeV      3. 9.76 MeV      4. 12.76 MeV      5. 11.71 MeV

$$E_c = \frac{800}{Z} = \frac{800}{82} = 9,756 \text{ MeV}$$

**148. ¿Mediante qué vía de desintegración el núcleo de  $^7_4\text{Be}$  pasa a  $^7_3\text{Li}$ ? Datos: masa atómica del  $^7_4\text{Be}$ : 7,016928 uma; masa atómica del  $^7_3\text{Li}$ : 7,016003 uma**

1. Mediante desintegración  $\beta^+$  y mediante Captura Electrónica, ya que en ambas desintegraciones el balance energético es positivo.

2. Mediante desintegración  $\beta^-$  y mediante Captura Electrónica, ya que en ambas desintegraciones el balance energético es positivo.

3. Sólo mediante Captura Electrónica, ya que el balance energético de la desintegración  $\beta^+$  en este caso es negativo.

4. Sólo mediante desintegración  $\beta^+$ , ya que el balance energético de la Captura Electrónica en este caso es negativo.

5. El núcleo de  $^7_4\text{Be}$  es un núcleo estable y no se desintegra.

$$\beta^+: (m_x - m_y - 2m_e)c^2 = -0,16 \text{ MeV: IMPOSIBLE}$$

$$K: (m_x - m_y)c^2 = 0,8628 \text{ MeV: POSIBLE}$$

$$\beta^+: {}^7_4\text{Be} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^0_{-1}\beta: \text{IMPOSIBLE, no se conserva el número atómico.}$$

149. El momento cuadrupolar eléctrico de un núcleo ( $Q_J$ ) se puede expresar en función del momento cuadrupolar intrínseco ( $Q_0$ ) como:

1.  $Q_0(2J-1)/(2J+2)$       2.  $Q_0(2J-3)/(2J+2)$       3.  $Q_0(2J+2)/(2J-3)$       4.  $Q_0(2J-3)/(2J+2)$       5.  $Q_0(2J-1)/(J+1)$

Expresión que se conocerá en la siberia recóndita.

150. La pérdida de energía por unidad de longitud de una partícula cargada pesada al atravesar un medio:

1. Depende linealmente de la carga de la partícula y es inversamente proporcional al cuadrado de su velocidad.
2. Depende del cuadrado de la carga de la partícula y es inversamente proporcional a su velocidad.
3. Depende del cuadrado de la carga de la partícula y es directamente proporcional al cuadrado de su velocidad.

4. Es inversamente proporcional al cuadrado de su velocidad, depositando una gran cantidad de dosis al final de su rango.

5. Es inversamente proporcional al cuadrado de su velocidad, depositando una gran cantidad en el momento de penetrar el medio.

Efectivamente, así es.

151. El Actinio 226 tiene tres vías de desintegración:  $\beta^-$  (con branching ratio BR,  $\beta^- = 83\%$  y periodo de semidesintegración parcial  $T_{1/2}$ ,  $\beta^- = 35\text{h}$ ), captura electrónica (BR,  $\epsilon = 17\%$  y  $T_{1/2} = 170\text{h}$ ) y  $\alpha$  (BR,  $\epsilon = 0.006\%$  y  $T_{1/2}$ ,  $\alpha = 55\text{a}$ ). ¿Cuál es el periodo de semidesintegración del  ${}^{226}\text{Ac}$ ?:

1. 55 a      2. 18.3 a      3. 3.6 d      4. 1.2 d      5. 23 h

$$\lambda_i = \lambda \cdot BR_i \rightarrow \frac{1}{T_{1/2i}} = \frac{1}{T_{1/2}} \cdot BR_i \rightarrow T_{1/2} = T_{1/2i} \cdot BR_i$$

$$T_{1/2} = T_{\beta^-} \cdot BR_{\beta^-} = 35 \cdot 0,83 = 29 \text{ h}$$

$$T_{1/2} = T_K \cdot BR_K = 17 \cdot 0,17 = 28,9 \text{ h}$$

$$T_{1/2} = T_{\alpha} \cdot BR_{\alpha} = (55 \cdot 365 \cdot 24) \cdot \left(\frac{0,006}{100}\right) = 28,9 \text{ h}$$

Lo calculemos como lo calculemos sale aproximadamente 29h que son 1,2 días.

152. Indique cuál de las siguientes expresiones es INCORRECTA respecto a la teoría de la cavidad de Bragg-Gray(B-G)

1. La cavidad debe ser lo suficientemente pequeña para que no se perturbe apreciablemente el campo de partículas cargadas.
2. La dosis absorbida en la cavidad se deposita totalmente por las partículas cargadas que la atraviesan.
3. La teoría de B-G es la base de la dosimetría con cámaras de ionización.

4. La teoría de B-G no puede aplicarse a cavidades rellenas de sólido o líquido, solamente es válida si la cavidad está rellena de un gas.

5. La teoría de B-G asume que la fluencia es continua a través de la interfaz de la cavidad con el medio.

La teoría B-G es válida para cualquier relleno.

153. En un generador de  ${}^{99}\text{Mo} \rightarrow {}^{99\text{m}}\text{Tc}$ , después de cada una de las extracciones de tecnecio, el tiempo de acumulación rápida del hijo ( ${}^{99\text{m}}\text{Tc}$ ) en el generador es aproximadamente igual al tiempo en el cual la actividad del hijo alcanza su máximo. Dicho tiempo puede aproximarse por: Datos: El branching ratio de la desintegración  ${}^{99}\text{Mo} \rightarrow {}^{99\text{m}}\text{Tc}$  es 86 %.  $T_{1/2}({}^{99}\text{Mo} \rightarrow {}^{99\text{m}}\text{Tc}) = 77.56 \text{ h}$ .  $T_{1/2}({}^{99\text{m}}\text{Tc} \rightarrow {}^{99}\text{Tc}) = 6.03 \text{ h}$

1.  $4 \cdot T_{1/2}$  del hijo.

2.  $T_{1/2}$  del hijo.

3.  $T_{1/2}$  del padre.

4.  $0.7 \cdot T_{1/2}$  del hijo.

5.  $2 \cdot T_{1/2}$  del padre.

$$\lambda_1 = \frac{\ln 2}{77,56} = 8,937 \cdot 10^{-3} h^{-1}$$

$$\lambda_i = \lambda_{total} \cdot BR_i \rightarrow 8,937 \cdot 10^{-3} = \lambda_{total} \cdot 0,86 \rightarrow \lambda_{total} = 10,39 \cdot 10^{-3} \text{ horas}^{-1} = \lambda_{padre}$$

$$\lambda_{hijo} = \frac{\ln 2}{T_{hijo}} = \frac{\ln 2}{6,03} = 114,95 \cdot 10^{-3} \text{ horas}^{-1}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_{hijo}}{\lambda_{padre}}\right)}{\lambda_{hijo} - \lambda_{padre}} = \frac{\ln\left(\frac{114,95 \cdot 10^{-3}}{10,39 \cdot 10^{-3}}\right)}{114,95 \cdot 10^{-3} - 10,39 \cdot 10^{-3}} = 22,99h \rightarrow \frac{T_{m\acute{a}x}}{T_{hijo}} = \frac{22,99}{6,03} = 3,81 \rightarrow T_{m\acute{a}x} = 3,81 T_{hijo}$$

Que redondeando sale  $4T_{hijo}$ .

154. Identificar la afirmaci3n correcta:

1. Los mesones interaccionan mediante la fuerza d3bil e interacci3n fuerte, mientras que los bariones lo hacen 3nicamente con la fuerza electromagn3tica y la interacci3n fuerte.

2. Los leptones tienen esp3n entero e interaccionan mediante todas las fuerzas.

3. Los mesones tienen esp3n entero mientras que los bariones tienen esp3n semientero.

4. Tanto mesones como los leptones interact3an por la interacci3n fuerte.

5. Los leptones tienen tanto esp3n entero como semientero y los bariones esp3n semientero.

Los hadrones est3n divididos en dos grupos:

\* Los mesones son bosones, o sea, esp3n entero.

\* Los bariones son fermiones, o sea, esp3n semientero.

155. La emisi3n de electrones por efecto fotoel3ctrico presenta un potencial de frenado que var3a linealmente con la frecuencia de los fotones incidentes. ¿Qu3 pendiente tiene?: Datos:  $h$ : constante de Plank;  $e$ : carga del electr3n;  $m_e$ : masa del electr3n

1.  $h/e$

2.  $he/m_e$

3.  $m_e/h$

4.  $h/m_e$

5. Depende del material.

$$E = h \cdot \nu - \omega_0 \rightarrow V = \frac{E}{e} = \frac{h}{e} \cdot \nu - \frac{\omega_0}{e}$$

156. El radio nuclear del  $^{133}_{55}\text{Cs}$  en su estado base es aproximadamente igual a 4.8 fm. Entonces, asumiendo que la densidad nuclear es constante, una estimaci3n razonable del radio nuclear del  $^{232}_{90}\text{Th}$  en su estado base es, en fm, aproximadamente igual a:

1. 5.1

2. 5.3

3. 5.8

4. 6.4

5. 8.4

$$d = \frac{m}{\nu} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \left. \vphantom{\frac{m}{\nu}} \right\} \rightarrow \frac{m_1}{r_1^3} = \frac{m_2}{r_2^3} \rightarrow r_2 = r_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{m_2}{m_1}} = 4,8 \cdot \sqrt[3]{\frac{232}{133}} = 5,778 \text{ fm}$$

157. El n3mero medio de part3culas alfa detectadas en un experimento es de 3 por minuto. Si el n3mero de part3culas detectadas sigue la distribuci3n de Poisson ¿cu3l es la probabilidad de que se detecten menos de tres part3culas en un minuto?:

1. 22.4%

2. 37.3%

3. 42.3%

4. 50.0%

5. 64.7%

$$P(< 3) = P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(0) = \frac{2^0 \cdot e^{-3}}{0!} = 0,04978 \\ P(1) = \frac{2^1 \cdot e^{-3}}{1!} = 0,14936 \\ P(2) = \frac{2^2 \cdot e^{-3}}{2!} = 0,22404 \end{array} \right\} \rightarrow P(< 3) = 0,42318 \rightarrow 42,318\%$$

158. La longitud de onda de la línea alfa de Lyman del átomo de hidrógeno es aproximadamente igual a  $1.2 \times 10^{-7} \text{ m}$ . ¿Cuál es aproximadamente la longitud de onda, en metros, de esa misma línea para el positronio (formado por un positrón y un electrón)?:

1.  $0.6 \times 10^{-10}$       2.  $2.4 \times 10^{-4}$       3.  $1.2 \times 10^{-7}$       4.  $2.4 \times 10^{-7}$       5.  $0.6 \times 10^{-7}$

La longitud de onda del positronio siempre es el doble que la del átomo de hidrógeno.

159. La función de onda (sin espín) de un electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno es  $\psi(r) = (\pi a_0^3)^{-1/2} \exp(-r/a_0)$ , donde  $r$  es la distancia del electrón al núcleo y  $a_0$  es el radio de Bohr. En tal caso, la probabilidad de encontrar al electrón a una distancia comprendida entre  $r=a_0$  y  $r=1.01a_0$  es aproximadamente igual a:

1.  $7.6 \times 10^{-2}$       2.  $1.1 \times 10^{-3}$       3.  $7.6 \times 10^{-4}$       4.  $4.3 \times 10^{-4}$       5.  $5.4 \times 10^{-3}$

Función de onda:

$$\psi(r) = (\pi a_0^3)^{-1/2} \exp(-r/a_0)$$

Densidad de probabilidad radial:

$$P(r) = \psi(r) \cdot \psi^*(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 = (\pi \cdot a_0^3)^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right) \cdot 4\pi \cdot r^2 = \frac{4r^2}{a_0^3} \cdot \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right)$$

Probabilidad:

$$\begin{aligned} \int_{a_0}^{1.01a_0} P(r) dr &= \int_{a_0}^{1.01a_0} \frac{4r^2}{a_0^3} \cdot \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right) dr = \int_{a_0}^{1.01a_0} \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{a_0} \left(\frac{2r}{a_0}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right) dr \\ &= \frac{1}{2} \int_{a_0}^{1.01a_0} \left(\frac{2r}{a_0}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right) \cdot \left(\frac{2}{a_0} dr\right) \end{aligned}$$

Hacemos el cambio de variable:  $\frac{2r}{a_0} = x \rightarrow \frac{2}{a_0} dr = dx \rightarrow dr = \frac{a_0 dx}{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = 1.01a_0 \rightarrow x = 2.02 \\ r = a_0 \rightarrow x = 2 \end{array} \right.$ . Por tanto tenemos

$$\begin{aligned} \int_{a_0}^{1.01a_0} P(r) dr &= \frac{1}{2} \int_2^{2.02} x^2 \cdot \exp(-x) dx \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 \rightarrow du = 2x dx \\ dv = \exp(-x) dx \rightarrow v = -\exp(-x) \end{array} \right\} \rightarrow \int_{a_0}^{1.01a_0} P(r) dr = \frac{1}{2} \left[ -x^2 \exp(-x) \Big|_2^{2.02} - \int_2^{2.02} -2x \cdot \exp(-x) dx \right] \rightarrow \\ &\rightarrow \int_{a_0}^{1.01a_0} P(r) dr = \frac{1}{2} \left[ 5,3773 \cdot 10^{-5} + 2 \int_2^{2.02} x \cdot \exp(-x) dx \right] \left\{ \begin{array}{l} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = \exp(-x) dx \rightarrow v = -\exp(-x) \end{array} \right\} \rightarrow \\ \rightarrow \int_{a_0}^{1.01a_0} P(r) dr &= \frac{1}{2} \left[ 5,3773 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot \left( -x \exp(-x) \Big|_2^{2.02} - \int_2^{2.02} -\exp(-x) dx \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ 5,3773 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot (2,706527 \cdot 10^{-3} - \exp(-x) \Big|_2^{2.02}) \right] \\ &= \frac{1}{2} [5,3773 \cdot 10^{-5} + 5,413054 \cdot 10^{-3} + 5,359636 \cdot 10^{-3}] = 5,4132315 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

160. Un electrón en el vacío, e inicialmente en reposo en la posición A, es acelerado hasta la posición B por un campo eléctrico correspondiente a una diferencia de potencial de 40 kV entre el punto A y B. Teniendo en cuenta que la energía de masa en reposo del electrón es de 511 keV, se deduce que la velocidad del electrón en B es  $r$  veces la velocidad de la luz, siendo  $r$  aproximadamente igual a:

1. 0.269      2. 0.128      3. 0.374      4. 0.963      5. 0.927



$$T = (\gamma - 1)m_e c^2 = q \cdot V \rightarrow (\gamma - 1)m_e c^2 = e \cdot 40 \cdot 10^3 \rightarrow \gamma = 1,078277886$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \rightarrow \beta = \frac{v}{c} = 0,37406$$

161. Calcule la probabilidad de que un electrón de 1 eV penetre en una barrera de potencial de 4 eV cuando la anchura de la barrera es de 2 Angstroms:

1. 0.084

2. 0.026

3. 0.302

4. 0.403

5. 0.063

$$k_{II} \cdot a = \sqrt{\frac{2mV_o a^2}{\hbar^2} \left(1 - \frac{E}{V_o}\right)} = \sqrt{\frac{2m_e \cdot 4 \cdot e \cdot (2 \cdot 10^{-10})^2}{\hbar^2} \left(1 - \frac{1}{4}\right)} = 1,7747$$

$$T = \left[1 + \frac{\sinh^2(k_{II}a)}{4 \cdot \frac{E}{V_o} \cdot \left(1 - \frac{E}{V_o}\right)}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{\sinh^2(1,7747)}{4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}\right]^{-1} = 0,08374 \rightarrow \text{respuesta 1}$$

162. El espectro de emisión de un cuerpo negro tiene un máximo a una frecuencia f. ¿Cómo varía dicha frecuencia con la temperatura T del cuerpo?:

1. Crece exponencialmente con T.

2. Crece linealmente con T.

3. Es independiente de T.

4. Disminuye con la inversa de T.

5. Disminuye con la inversa de la exponencial de T.

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{cte} \rightarrow \frac{c}{f} \cdot T = \text{cte} \rightarrow c \cdot \frac{T}{\text{cte}} = f \rightarrow f \propto T$$

f disminuye al disminuir T  $\rightarrow$  f disminuye al aumentar 1/T  $\rightarrow$  f disminuye con la inversa de T

163. Una cavidad resonante de un acelerador de electrones tiene una frecuencia de resonancia de 3 GHz y un factor de calidad de 2000. El ancho de banda a media potencia del resonador será:

1. 1500 GHz.

2. 1000 GHz.

3. 1 GHz.

4. 100 MHz.

5. 1.5 MHz.

$$B = \frac{f}{Q} = \frac{3\text{GHz}}{2000} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{GHz} = 1,5 \text{MHz}.$$

164. Supongamos una partícula cuya función de onda tiene la siguiente expresión:  $\psi(x) = Ae^{-ax^2}$ . ¿Cuál es el valor de A si se normaliza esta función de onda?

1.  $A = 1$

2.  $A = \left(\frac{2a}{\pi}\right)$

3. Esta función de onda no es normalizable.

4.  $A = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4}$

5.  $A = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}$

Para normalizar la función debemos hacer:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)^* \psi(x) dx = 1 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 e^{-2ax^2} dx = 1 \rightarrow A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2ax^2} dx = 1$$

Tenemos que la integral de Gauss es:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2a}}$$

Entonces tenemos juntando ambas que:

$$A^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2a}} = 1 \rightarrow A^2 = \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \rightarrow A = \sqrt[4]{\frac{2a}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{2a}{\pi}} \rightarrow A = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4}$$

165. Una partícula de spin  $\frac{1}{2}$  se encuentra en un estado descrito por el spinor  $x = A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  donde A es una constante de normalización. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar la partícula con proyección del spin  $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$ ?:

1. 1/6.

2. 1/3.

3. 1/2.

4. 2/3.

5. 1.

Primero debemos hallar A para que el spinor esté normalizado.

$$A^2[(1+i)^2 + 2^2] = 1 \rightarrow A^2[(1+i)(1-i) + 4] = A^2[1 + 1 + 4] = A^2 \cdot 6 = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

La probabilidad de encontrar a la partícula con spin  $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$  es el módulo de la segunda componente al cuadrado.

$$P\left(-\frac{\hbar}{2}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \cdot 2\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

166. Estimar el desplazamiento Doppler de una línea de emisión de longitud de onda 500 nm, emitida por argón (A=40, Z=18) a una temperatura de 300 K:

1.  $1.44 \times 10^{-2}$  Angstrom2.  $7.34 \times 10^{-3}$  Angstrom3.  $5.49 \times 10^{-1}$  Angstrom4.  $2.35 \times 10^{-5}$  Angstrom5.  $8.15 \times 10^{-4}$  Angstrom

En el capítulo de los pirómetros del Aguilar viene que la fórmula para medir la temperatura de las estrellas es:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2v}{c}$$

donde

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3R \cdot 300}{40 \cdot 10^{-3}}} = 432,522$$

Entonces:

$$\frac{\Delta\lambda}{500 \cdot 10^{-9}} = \frac{2 \cdot 432,522}{3 \cdot 10^8} \rightarrow \Delta\lambda = 1,4417 \cdot 10^{-12} m = 1,4417 \cdot 10^{-2} \text{Å}$$

167. Calcular el recorrido libre medio de un neutrón lento en agua, sabiendo que las secciones eficaces totales del hidrógeno y oxígeno son  $39 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2$  y  $4 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2$ , respectivamente: Dato: Número de Avogrado:  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$ .

1. 0.696 cm

2. 2.743 cm

3. 0.365 cm

4. 0.730 cm

5. 0.637 cm

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{a_H} = 39 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2 \\ \mu_{a_O} = 4 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow \mu_{a_{Total}} = 2\mu_{a_H} + \mu_{a_O} = 82 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2$$

$$\mu = \frac{\delta \cdot N_A}{A} \cdot \mu_a = \frac{1 \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1} \cdot 82 \cdot 10^{-24} \text{cm}^2}{18g \cdot \text{mol}^{-1}} = 2,7434 \text{cm}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{2,7434 \text{cm}^{-1}} = 0,3645 \text{cm}$$

168. Según la teoría supersimétrica, a la pareja supersimétrica del fotón:

1. Se le denomina superfotón y tiene espín 1.

2. Se le denomina fotino y tiene espín 1.

3. Se le denomina superfotón y tiene espín 0.

4. Se le denomina fotino y tiene espín 1/2.

5. No hay compañero supersimétrico del fotón.

Es teoría.

169. La configuración electrónica  $1s^2 2s^2 2p^5$  corresponde al:

1. O

2. C

3. F

4. N

5. Ne

El número atómico será la suma de los superíndices de las letras:  $2+2+5=9$  que corresponde al flúor.

170. La longitud de onda térmica “de Broglie” para la molécula de hidrógeno a una temperatura de 300K, es del orden de:

1.  $10^{-4}$  cm2.  $10^{-6}$  cm3.  $10^{-8}$  cm4.  $10^{-10}$  cm5.  $10^{-12}$  cm

$$\frac{1}{2}mv^2 = 3KT \rightarrow v = \sqrt{\frac{3KT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^{-3}}} = 1579 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{N_A} \cdot 1579} = 1,26 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1,26 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \sim 10^{-8} \text{ cm}$$

171. Un haz láser de longitud de onda de 633 nm tiene una potencia de 3 mW. Si la sección transversal del haz es 3 mm<sup>2</sup> e incide perpendicularmente sobre una superficie con reflexión perfecta, ¿cuál es la presión que ejerce el haz sobre la superficie?: Datos: h = 6.63x10<sup>-34</sup> J s, c=3x10<sup>8</sup> m/s

1. 6.6x10<sup>-6</sup> Pa

2. 6.6x10<sup>-7</sup> Pa

3. 6.6x10<sup>-8</sup> Pa

4. 6.6x10<sup>-9</sup> Pa

5. 6.6x10<sup>-10</sup> Pa

$$\left. \begin{array}{l} Pot = \frac{E}{t} = F \cdot v \\ v = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ Pot = 3 \text{ mW} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ W} \end{array} \right\} \rightarrow F = \frac{Pot}{v} = 10^{-11} \text{ N}$$

$$Presión = \frac{F}{A} = \frac{10^{-11}}{3 \cdot 10^{-6}} = 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$$

Como es completamente reflectante  $Presión \text{ total} = 2P = 6,66 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$

172. Un electrón en un átomo de hidrógeno salta del nivel n = 5 a n = 3. ¿Se absorbe o se emite un fotón en este proceso? ¿Cuál es la longitud de onda del fotón? ¿En qué intervalo del espectro electromagnético está el fotón: visible, ultravioleta, o infrarrojo?: Datos: constante de Rydberg R = 1.09776x10<sup>7</sup> m<sup>-1</sup>

1. Absorbido, 1280 nm, infrarrojos.

2. Emitido, 605 nm, visibles.

3. Emitido, 1280 nm, infrarrojos.

4. Absorbido, 605 nm, visibles.

ANULADA

5. Emitido, 605 nm, infrarrojos.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R_H \cdot 1^2 \cdot \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 7,8035 \cdot 10^5 \rightarrow \lambda = 1,28146 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1281,46 \text{ nm}$$

Como es positiva, emite fotón (lo lógico al bajar de nivel).

Sería la 3 pero han dado mal la constante de Rydberg.  $R_{real} = 1.09776 \times 10^{+7} \text{ m}^{-1} \neq 1.09776 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} = R_{dada}$

173. Supóngase un electrón confinado en un pozo de potencial de barreras infinitas de lado 1 Å y V<sub>0</sub>=0. ¿Qué número de niveles energéticos posee con energía menor que 1 KeV?:

1. 8

2. 230

3. 2

4. 14

5. 5

$$E_n = \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2 \cdot n^2}{2mL^2} \rightarrow n = \sqrt{\frac{2m \cdot L^2 \cdot E_n}{\hbar^2 \cdot \pi^2}} \rightarrow n = 5,156$$

$$\left. \begin{array}{l} L = 1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} \\ E_n = 1 \text{ keV} = e \cdot 10^3 \text{ J} \end{array} \right\}$$

Puede haber los niveles del 1 al 5, ya que el 0 no existe en el pozo de potencial y al 6 no llega.

174. De las siguientes afirmaciones acerca del mesón K<sup>0</sup> y del barión Λ<sup>0</sup> respectivamente, señalar la respuesta INCORRECTA:

1. Carga eléctrica: K<sup>0</sup>= 0 y Λ<sup>0</sup>= 0

2. Tiempos de vida en segundos: K<sup>0</sup> del orden de 10<sup>-11</sup> y Λ<sup>0</sup> estable.

3. Spín intrínseco: K<sup>0</sup>=0 y Λ<sup>0</sup>=1/2

4. Paridad intrínseca: K<sup>0</sup>=impar y Λ<sup>0</sup>=par

5. Extrañeza: K<sup>0</sup>=+1 y Λ<sup>0</sup>=-1

Tiempos de vida en segundos: K<sup>0</sup> del orden de 8,958·10<sup>-11</sup> y Λ<sup>0</sup> de 2,63·10<sup>-10</sup>.

Para el K<sup>0</sup> sería cierta pero para el Λ<sup>0</sup> está claro que no.

175. Un detector de radiación registra 0.453 cuentas por segundo en promedio. ¿Cuál es la probabilidad de que registre 2 cuentas en cualquier intervalo de 1 segundo?:

1. 0.0 %                      2. 98.9 %                      3. 13.5 %                      4. 28.8 %                      5. 6.5 %

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \rightarrow P(2) = \frac{e^{-0.453} \cdot 0.453^2}{2!} = 0.06523 \rightarrow 6.523\%$$

176. ¿Cuál es la desviación estadística de la tasa de desintegración de una fuente de  $^{42}\text{K}$  con una actividad de 37 Bq (1 nCi)? La fuente está en un contador con una eficiencia de detección del 100% y se registra el número de cuentas en un intervalo de 1s. (Constante de desintegración del  $^{42}\text{K}$ ;  $\lambda = 0.0559 \text{ h}^{-1}$ ):

1.  $3.04 \text{ s}^{-1}$                       2.  $6.08 \text{ s}^{-1}$                       3.  $12.16 \text{ s}^{-1}$                       4.  $5.4 \text{ s}^{-1}$                       5.  $2.7 \text{ s}^{-1}$

$$N \rightarrow \sigma(N) = \sqrt{N}$$

$$R = \frac{N}{t} \rightarrow \sigma(R) = \frac{\sqrt{N}}{t} = \frac{\sqrt{R \cdot t}}{t} = \sqrt{\frac{R}{t}} = \sqrt{\frac{37 \text{ desint/s}}{1 \text{ s}}} = 6.0827 \text{ s}^{-1}$$

177. Un detector de radiación se usa para contar las partículas emitidas por una fuente radiactiva. Se ha determinado con gran precisión que el valor medio de la tasa de recuento es de 20 c/min. Calcular la probabilidad de que en la próxima medida de 1 minuto, se obtengan 18 cuentas:

1. 5.3%                      2. 25.2%                      3. 8.4%                      4. 10.1%                      5. 64.2%

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \rightarrow P(18) = \frac{e^{-20} \cdot 20^{18}}{18!} = 0.0844 \rightarrow 8.44\%$$

178. A la temperatura ambiente, un semiconductor intrínseco tiene:

1. Muchos huecos.                      2. Algunos electrones libres y ningún hueco.                      3. Algunos electrones libres y muchos huecos.  
4. Muchos electrones libres y ningún hueco.                      **ANULADA**                      5. Ni huecos ni electrones libres.

Intrínseco = tantos huecos como electrones libres. Eso no quiere decir que sean 0 y 0 como dice la 5, pueden ser 3 y 3, 1000 y 1000 o lo que sea.

179. El sodio metálico cristaliza en estructura bcc, siendo el lado del cubo de  $4.25 \times 10^{-8} \text{ cm}$ . Encontrar la concentración de electrones de conducción. Asumir un electrón de conducción por átomo:

1.  $5.2 \times 10^{30} \text{ cm}^{-3}$                       2.  $2.6 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$                       3.  $3.4 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$                       4.  $7.5 \times 10^{27} \text{ cm}^{-3}$                       5.  $1.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Estructura bcc  $\rightarrow$  2 átomos por celda unitaria.

(Estructura cs  $\rightarrow$  1 átomos por celda unitaria. Estructura fcc  $\rightarrow$  4 átomos por celda unitaria.)

$$V = l^3 = (4.25 \cdot 10^{-8})^3 = 7.6765625 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3$$

$$n = \frac{2 \text{ átomos}}{\text{celda}} \cdot \frac{1 \text{ celda}}{7.6765625 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3} \cdot \frac{1 e^-}{1 \text{ átomo}} = 2.60533 \cdot \frac{10^{22} e^-}{\text{cm}^3}$$

180. Un experimento tiene una tasa de media de conteo  $r$  de  $10^3$  cuentas/s, parte de la cual es debida al fondo. La tasa de conteo de fondo  $r_B$  es 900 cuentas/s. ¿Cuánto tiempo debe durar el intervalo de conteo para alcanzar una relación señal-ruido de 1? (la señal es el número de eventos verdaderos durante el intervalo de conteo):

1. 100 s                      2. 14 s                      3. 9 s                      4. 900 s                      5. 1000 s

$$r_{\text{total}} = r_{\text{fuente}} + r_{\text{fondo}} \rightarrow 1000 = r_{\text{fuente}} + 900 \rightarrow r_{\text{fuente}} = 100 \text{ cuentas/s}$$

$$\frac{r_{\text{fuente}} \cdot t_{\text{fuente}}}{r_{\text{fondo}} \cdot t_{\text{fondo}}} = 1 \rightarrow \frac{100 t_{\text{fuente}}}{900 \cdot 1} = 1 \rightarrow t_{\text{fuente}} = 9 \text{ s}$$

181. Indicar la respuesta INCORRECTA en relación al tiempo muerto,  $\tau$ , de un detector de radiación: Datos:  $n$ =tasa de sucesos real;  $m$ =tasa de detección.

1. En el modo no-paralizable, la tasa de sucesos no detectados debido al tiempo muerto es  $m\tau$ .
2. Si  $n \ll 1/\tau$ , la tasa de detección es aproximadamente la misma en los modos paralizable y no-paralizable.
3. En un sistema paralizable,  $m(n)$  es una función monótona creciente.
4. Si  $n=1/\tau$ , la tasa de detección es mayor, en el modo no-paralizable.
5. En el modo paralizable el tiempo muerto se incrementa si ocurre un suceso durante el intervalo en que el detector está inhábil.

Paralizable:  $m = n \cdot e^{-n\tau}$   $n$ =cuentas reales  $m$ =cuentas registradas No paralizable:  $m = \frac{n}{1+n\tau}$

1) % pérdidas = tasa de detectadas \* tiempo muerto =  $m \cdot \tau$ .  $\rightarrow$  tasa de pérdidas = tasa real \* %pérdidas =  $n \cdot m \cdot \tau \rightarrow$  Verdadera.

2)  $n \ll 1/\tau \rightarrow n\tau \ll 1 \rightarrow \begin{cases} e^{-n\tau} \approx e^0 = 1 \rightarrow m = n \\ 1 + n\tau \approx 1 \rightarrow m = n \end{cases} \rightarrow$  Verdadera.

3)  $m = n \cdot e^{-n\tau}$ . Si  $t$  crece,  $m$  decrece  $\rightarrow$  Falsa.

4)  $n = \frac{1}{\tau} \rightarrow n\tau = 1 \rightarrow \begin{cases} m_{\text{paralizable}} = n \cdot e^{-n\tau} = n \cdot e^{-1} = 0,367879n \\ m_{\text{no-paralizable}} = \frac{n}{1+n\tau} = \frac{n}{1+1} = 0,5n \end{cases} \rightarrow m_{\text{no-paralizable}} > m_{\text{paralizable}} \rightarrow$  Verdadera.

5) Verdadera.

**182. Indica la respuesta correcta acerca de una cámara de ionización:**

1. En el caso de iones en un gas, la movilidad varía significativamente con el campo eléctrico.
2. El tiempo en el que un ión recorre un detector de un centímetro es del orden de microsegundos.
3. La velocidad de deriva de los iones aumenta con la presión del gas.

4. En ciertos gases, existe un efecto de saturación en la velocidad de deriva de los electrones.

5. La movilidad de los electrones es aproximadamente 1000 veces inferior a la de los iones.

Teoría.

**183. La pérdida de energía por unidad de distancia de una partícula cargada en un medio material es:**

1. Aproximadamente proporcional al cuadrado de la velocidad.
2. Inversamente proporcional al cubo de la velocidad.
3. Proporcional a la carga de la partícula.
4. Inversamente proporcional al cuadrado de la carga de la partícula.

5. Inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

Teoría.

**184. Muchos materiales no conductores se ionizan en campos eléctricos muy altos y se convierten en conductores. Este fenómeno se denomina:**

1. Efecto Hall.
2. Efecto Stark.
3. Ruptura dieléctrica.
4. Superconductividad.
5. Semiconducción.

Se rompe el dieléctrico y se convierte en conductor.

**185. Calcular la energía prohibida de superconducción del mercurio ( $T_c=4.2K$ ) pronosticada por la teoría BCS:**

1.  $5.43 \times 10^{-4}$  eV
2.  $7.24 \times 10^{-4}$  eV
3.  $1.09 \times 10^{-3}$  eV
4.  $1.27 \times 10^{-3}$  eV
5.  $1.63 \times 10^{-3}$  eV

$$E = 3,5 \cdot k_B \cdot T = 3,5 \cdot k_B \cdot 4,2 = 2,03 \cdot 10^{-22} J = 1,267 \cdot 10^{-3} eV$$

**186. El que un cristal carezca de un centro de simetría:**

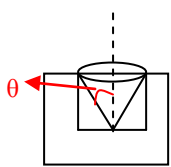
1. Es condición necesaria para que el cristal sea ferroeléctrico.

2. Es condición suficiente para que el cristal sea ferromagnético.
3. Es condición necesaria y suficiente para que el cristal sea ferroeléctrico.
4. No tiene relación alguna con que el material pueda exhibir comportamiento ferroeléctrico.
5. Implica que el cristal tiene un punto de fusión alto.

Es condición necesaria pero no suficiente. Si fuera suficiente, la respuesta correcta sería la 3.

187. Un “calibrador de dosis” es un detector de geometría tipo pozo empleado en las radiofarmacias de las Unidades de Medicina Nuclear. Consideremos uno con diámetro de apertura 4 cm y una muestra puntual que se coloca a 10 cm de profundidad en el pozo. Su eficiencia geométrica de detección será:

1. 0.96
2. 0.01
3. 0.99
4. 0.49
5. 0.90



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{r}{h} = \frac{2}{10} \rightarrow \theta = 11,31^\circ$$

$$\Omega = 2\pi \cdot (1 - \cos \theta) = 2\pi \cdot (1 - \cos 11,31) = 0,122 = \text{ángulo sólido subtendido por la apertura.}$$

$$\Omega' = 4\pi - \Omega = 12,444 = \text{ángulo sólido subtendido por el detector.}$$

$$\varepsilon_{geo} = \frac{\Omega'}{4\pi} = 0,9903$$

188. El fenómeno de ruptura Zener puede suceder en una unión PN cuando:

1. La polarización directa es suficientemente elevada para provocar gran número de recombinaciones entre portadores.
2. La polarización directa es suficientemente elevada para atravesar la barrera de potencial existente en la región de depleción.
3. La polarización inversa es suficientemente elevada como para permitir la generación de portadores en la región de depleción.

4. La polarización inversa y la concentración de donadores y aceptores a ambos lados de la unión es tal que el ancho de la misma se reduce hasta permitir el paso de portadores por efecto túnel.

5. La polarización inversa es tal que permite generar nuevos portadores por colisiones con el cristal, en un fenómeno que crece en avalancha.

Teoría.

189. Un haz de partículas alfa produce una corriente de  $10^{-14}$  A en una cámara de ionización plano-paralela, durante un periodo de tiempo de 8 segundos. El gas de llenado de la cámara es aire, que se encuentra en condiciones normales de presión y temperatura. Calcular la energía depositada por el haz en la cámara: Datos: Tomar el valor de la energía media de ionización de las partículas alfa en aire como 36 eV/par

1. 0.5 MeV
2. 18 MeV
3. 0.0139 MeV
4. 2.26 MeV
5. 15 MeV

$$E = \frac{I \cdot t}{e} \cdot W = \frac{10^{-14} \cdot 8}{e} \cdot 36 = 17,9755 \cdot 10^6 \text{ eV} = 17,9755 \text{ MeV}$$

190. En un material semiconductor intrínseco con una densidad de átomos de  $5 \times 10^{22} \text{ at/cm}^3$  y a una temperatura tal que el número de huecos por  $\text{cm}^3$  es  $5 \times 10^{10}$ , ¿cuánto es el número de electrones libres por  $\text{cm}^3$ ?:

1.  $10^{-12}$
2.  $10^{12}$
3. 0
4.  $5 \times 10^{10}$
5.  $25 \times 10^{32}$

Un material intrínseco tiene tantos huecos como electrones libres  $\rightarrow$  si hay  $5 \times 10^{10} \text{ huecos/cm}^3$ , hay  $5 \times 10^{10} \text{ electrones/cm}^3$ .

191. La probabilidad de ocupación de los niveles de energía por portadores en un semiconductor:

1. Viene dada por la función de Fermi, representando la energía de Fermi ( $E_F$ ) aquella para la que la probabilidad de ocupación es del 50%.

2. Es independiente de la temperatura del cristal.

3. Viene dada por la función de Fermi, representando la Energía de Fermi ( $E_F$ ) aquella para la que la probabilidad de ocupación es nula.

4. Para energías superiores a la Energía de Fermi ( $E > E_F + 3kT$ ), aumenta exponencialmente.

5. La probabilidad de ocupación es constante a lo ancho del gap hasta que se aplique un campo eléctrico.

$$f(E = E_F) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E_F}{K_B T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp(0)} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} = 0,5 \rightarrow 50\% \rightarrow 1 \text{ verdadera}$$

192. Un transistor bipolar con sus dos uniones p-n directamente polarizadas opera en la zona de:

1. Corte.

2. Zener.

3. Activa.

4. Lineal.

5. Saturación.

Teoría.

193. Indique cual de las siguientes afirmaciones sobre el nivel de Fermi,  $E_F$ , de un semiconductor NO es correcta:

1. Representa la energía para la cual la probabilidad de encontrar un electrón en ese nivel es 0.5.

2. A temperaturas altas (rango extrínseco) el nivel de Fermi se encuentra muy cerca de la banda de conducción o de la banda de valencia.

3. A  $T = 0 \text{ K}$  todos los niveles por debajo de  $E_F$  están ocupados.

4. La probabilidad de ocupación de niveles superiores a  $E_F$  es inferior a 0.5 para todas las temperaturas.

5. Depende mucho de las características del semiconductor y de factores externos como la temperatura.

1) Verdadera, esta respuesta es la respuesta 1 de la pregunta 191 de 2014 que se dio por correcta.

2) Falsa, por descarte.

3) Verdadera:  $E$  por debajo de  $E_F \rightarrow E - E_F < 0$ . Además, si  $T=0\text{K}$ :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{K_B T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{< 0}{K_B \cdot 0}\right)} = \frac{1}{1 + \exp(-\infty)} = \frac{1}{1 + 0} = 1 \rightarrow 100\%$$

Nota: si fuera  $E$  por encima de  $E_F$  y  $T=0\text{K}$ :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{K_B T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{> 0}{K_B \cdot 0}\right)} = \frac{1}{1 + \exp(+\infty)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \rightarrow 0\%$$

4) Verdadera:  $E$  por encima de  $E_F \rightarrow E - E_F > 0$ :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{K_B T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{> 0}{K_B \cdot 0}\right)} = \frac{1}{1 + \exp(+x)} = \frac{1}{1 + x'}$$

Si  $E - E_F = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow x' = 1 \rightarrow f(E) = \frac{1}{2}$ . Si  $E - E_F > 0$ , cuanto más se aleje del 0 esa diferencia, mayor y más positivo es  $x$ , por tanto mayor es  $x'$  y por tanto el denominador es mayor y menor es  $f(E)$ .

5) Verdadera. Cada semiconductor tiene un nivel de Fermi distinto y claro que depende de  $T$ .

194. En un cristal semiconductor y respecto a las propiedades de los portadores:

1. Los electrones y los huecos tienen ambos masa idéntica.

2. Los electrones y los huecos tienen ambos masa efectiva idéntica.

3. La masa efectiva de los electrones es igual a la masa de los electrones y la de los huecos es nula.
4. Electrones y huecos tienen valores de masa efectiva independiente del cristal semiconductor considerado.
5. La masa efectiva de los electrones y huecos depende de la estructura cristalina del semiconductor.

Efectivamente es así.

195. En su utilización como detectores de fotones, los cristales centelleadores se acoplan a detectores de luz que transforman los fotones visibles en señal. ¿Cuál de los siguientes NO se puede utilizar como detector de luz?:

1. Fotodiodos convencionales (PD).      2. Fotomultiplicadores de silicio (SiPM).      3. Fotodiodos de avalancha (APD).
4. Fotodetectores de trifluoruro de boro (PBF<sub>3</sub>).      5. Fotomultiplicadores (PM).

Teoría sobre detectores es importantísima.

196. Una memoria ROM:

1. Se usa para almacenar datos de forma permanente.      2. Pierde su información cuando se apaga su alimentación.
3. Es reprogramable mediante luz ultravioleta.      4. Se puede borrar mediante luz polarizada.
5. No se puede construir con tecnología CMOS.

Teoría

197. Un circuito modulador:

1. Tiene un comportamiento no lineal.      2. Sólo se puede construir con transistores BJT.
3. No existen comercialmente como circuitos integrados.
4. Se emplea para variar la tensión de alimentación de un amplificador.
5. Genera a su salida una frecuencia igual al producto de las de entrada.

Teoría.

198. En un amplificador en emisor común la señal de alterna se acopla:

1. Al colector y la de salida está en la base.      2. Al emisor y la de salida está en la base.
3. Al emisor y la de salida está en el colector.      4. A la base y la salida está en el emisor.
5. A la base y la de salida está en el colector.

Teoría.

199. La impedancia característica para líneas de transmisión sin pérdidas:

1. Depende de la raíz cúbica de la resistencia.      2. Depende de la raíz cúbica de la inductancia.
3. Es puramente resistiva.      4. Es puramente capacitiva.      5. Es puramente inductiva.

Teoría.

200. Un optoacoplador:

1. Está formado por un fotodiodo a la entrada y un LED a la salida.      4. Amplifica la luz que le llega en su entrada.
2. Genera una tensión de salida igual a la tensión de alimentación más la tensión de salida en su resistencia interna.
3. Combina un diodo LED y un fotodiodo en un mismo encapsulado.      5. No tiene aislamiento galvánico.



Los optoacopladores son también conocidos como dispositivos de acoplamiento óptico. Basan su funcionamiento en el empleo de un haz de radiación luminosa para pasar señales de un circuito a otro sin conexión eléctrica. La gran ventaja de un optoacoplador reside en el aislamiento eléctrico que puede establecerse entre los circuitos de entrada y salida.

Fundamentalmente este dispositivo está formado por una fuente emisora de luz (LED) y un fotosensor de silicio que se adapta a la sensibilidad del emisor luminoso.

**201. La figura de ruido en un amplificador:**

- 1. Se expresa en dB.
- 2. No depende de la frecuencia de la señal de entrada.
- 3. No depende de la resistencia de fuente.
- 4. No depende de la corriente de colector.
- 5. Puede tomar valores negativos.

Teoría.

**202. Para el funcionamiento de una puerta lógica inversora, la señal de RESET:**

- 1. Sólo es necesaria en tecnología Complementary Metal Oxide Semiconductor.
- 2. Requiere de un tren de pulsos.
- 3. Se suele conseguir con resistencias y condensadores.
- 5. Sólo es necesaria en tecnología Transistor Transistor Logic.
- 4. Requiere el uso imprescindible de un dispositivo semiconductor.

Teoría.

**203. Un display LED de 7 segmentos:**

- 1. Usa fotodiodos para mostrar los caracteres.
- 2. No puede mostrar letras.
- 3. Sólo puede mostrar números en base binaria.
- 4. Puede mostrar números del 0 al 15 en base hexadecimal.
- 5. No puede mostrar números de la base octal.

Ni idea.

**204. La capacidad de transmisión de un enlace digital (en bits/s) para un sistema transmisor de una señal de potencia S, en un canal que introduce una potencia de ruido N y para un ancho de banda de transmisión B, viene dada por:**

- 1.  $C = B \log_2(1 + S - N)$
- 2.  $C = B \log_2(1 + SN)$
- 3.  $C = 2 B \log_{10} \left(1 + \frac{S}{1+N}\right)$
- 4.  $C = B \log_{10} \left(1 + \frac{S^2}{1+N^2}\right)$
- 5.  $C = 3.32 B \log_{10} \left(1 + \frac{S}{1+N}\right)$

Es el llamado Teorema de Hartley-Shannon

**205. Un analizador multicanal:**

- 1. Clasifica y almacena los pulsos que le llegan en función de su amplitud.
- 2. Clasifica y almacena los pulsos que le llegan en función del instante de llegada.
- 3. Basa su funcionamiento en un conversor digital analógico.
- 4. Basa su funcionamiento en un conversor tiempo a digital.
- 5. Tiene una ganancia de conversión menor que la unidad.

Teoría.

**206. En un decodificador de 4 bits hay:**

- 1. 4 bits de entrada y 4 bits de salida.
- 2. 2 bits de entrada y 2 bits de salida.
- 3. 16 bits de entrada y 2 bits de salida.
- 4. 16 bits de entrada y 4 bits de salida.
- 5. 4 bits de entrada y 16 bits de salida.

Decodificador:  $n$  bits de entrada y  $2^n$  bits de salida. Si  $n=4$ ,  $2^n=16$ .

207. Un circuito combinacional que posee  $n$  canales de entrada, uno de salida y  $m$  entradas de selección siendo  $n=2m$  permitiendo elegir cuál es el canal de entrada cuya información aparece en la salida se denomina:

1. Codificador de prioridad.      2. Codificador.      3. Demultiplexor.      **4. Multiplexor.**      5. Decodificador.

Teoría

208. La representación de 640000 bytes en su valor hexadecimal es:

1. A2121      2. 8FC49      3. FFFFF      **4. 9C400**      5. 65342

Vamos dividiendo entre 6 y apuntando el resto:

$$\begin{array}{rcll} 640.000 & = & 16 \cdot 40.000 & + 0 & \rightarrow 0 \\ 40.000 & = & 16 \cdot 2.500 & + 0 & \rightarrow 0 \\ 2.500 & = & 16 \cdot 156 & + 4 & \rightarrow 4 \\ 156 & = & 16 \cdot 9 & + 12 & \rightarrow 12 = C \\ 9 & = & 16 \cdot 0 & + 9 & \rightarrow 9 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ \rightarrow 9C400 \end{array}$$

209. A altas frecuencias la ganancia de un circuito con una única constante de tiempo y con una respuesta en frecuencia del tipo paso-baja cae en la proporción de:

1. 2 dB/octava      2. 10 dB/década      **3. 20 dB/década**      4. 12 dB/octava      5. 40 dB/década

Teoría.

210. La expresión correspondiente a una señal sinusoidal de voltaje de 0.2 V de pico-pico y 1000 rad/s de frecuencia es:

1.  $0.2 \cdot \sin(2\pi \times 1000t), V$       2.  $0.1 \cdot \sin(2\pi \times 1000t), V$       3.  $0.2 \cdot \sin(1000t), V$   
4.  $(0.2)/2 \cdot \sin(2\pi \times 1000t), V$       **5.  $0.1 \cdot \sin(1000t), V$**

0,2V de pico a pico, por tanto la amplitud es la mitad, o sea 0,1V. 1000 rad/s es  $\omega$ , no  $f$ , por lo que el  $2\pi$  no hace falta. Por tanto, la respuesta correcta es la 5.

211. La corriente que circula por un diodo LED es:

1. Proporcional a la intensidad de luz que incide sobre el mismo.  
2. Inversamente proporcional a la intensidad de luz que incide sobre el mismo.  
3. Proporcional al gradiente de luz que incide sobre el mismo.      **4. Proporcional a la intensidad de luz emitida.**  
5. Inversamente proporcional a la intensidad de luz emitida.

Teoría.

212. ¿Cuántos bits se requieren para representar un número hexadecimal?:

1. 16.      2. 8.      3. 3.      **4. 4.**      5. 2.

hexadecimal = 16 símbolos  $\rightarrow 2^n = 16 \rightarrow n = 4 \text{ bits}$

213. Para utilizar un transistor bipolar como un dispositivo básico para la amplificación de señales, éste se debe polarizar en su zona de:

1. Corte.      2. Saturación.      3. Triodo.      4. Ruptura.      **5. Activa.**

Teoría.

214. Si  $A=1$ ,  $B=1$  y  $C=0$ , la expresión booleana  $\bar{B} + B \cdot (C + \bar{A})$  coincide con:

1.  $\bar{B} \cdot \bar{C}$       2.  $\bar{B} + C$       3.  $\bar{A}$       4. 1      **5. 0**

$$\left. \begin{array}{l} A = 1 \rightarrow \overline{A} = 0 \\ B = 1 \rightarrow \overline{B} = 0 \\ C = 0 \rightarrow \overline{C} = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \overline{B} + B \cdot (C + \overline{A}) = 0 + 1 \cdot (0 + 0) = 0 + 1 \cdot 0 = 0$$

**215. Los mapas de Karnaugh constituyen una técnica de utilidad para:**

1. Estudiar la estabilidad de sistemas electrónicos.

2. Simplificar expresiones booleanas.

3. Analizar la respuesta en frecuencia de filtros.

4. Diseñar filtros analógicos de orden superior.

5. Simular el comportamiento de circuitos digitales.

Claro.

**216. En un conjunto de 10 átomos de  $^{42}\text{K}$  ¿cuál será la probabilidad de que los átomos 1, 3 y 8 decaigan en 3 h?: Datos: constante de desintegración  $\lambda = 0.0559 \text{ h}^{-1}$**

1. 0.00365

2. 0.154

3. 0.603

4. 0.845

5. 0.062

Probabilidad de que se desintegren:

$$P(\text{sí}) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Probabilidad de que no lo hagan:

$$P(\text{no}) = e^{-\lambda t}$$

Queremos que 3 átomos concretos se desintegren y los demás nos dan igual porque no dicen nada:

$$P(3) = (1 - e^{-\lambda t})^3 = (1 - e^{-0.0559 \cdot 3})^3 = 0.00368$$

**217. Un protón acelerado a una determinada energía tiene una probabilidad  $P=1/4$  de interaccionar con un blanco dado. Si un paquete de 4 protones incide sobre el blanco ¿cuál es la probabilidad de que 2 protones interaccionen con dicho blanco?:**

1. 1/128

2. 108/128

3. 81/128

4. 54/128

5. 27/128

$$P = 0.25^2 \cdot 0.75^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{27}{128}$$

**218. Una serie de 100 medidas de una cantidad física muestra una fluctuación estadística caracterizada por una varianza muestral del valor medio del 2%. Si la serie de medidas se amplía a 1000 medidas, hechas en las mismas condiciones, estimar la varianza muestral del valor medio de la muestra ampliada:**

1. 0.12

2. 0.005

3. 0.025

4. 0.0063

5. 1.2

En el enunciado nos dicen que la varianza muestral es del 2% para una serie de 100 medidas, luego la desviación estándar es  $2/100=0.02$ .

Aplicando el teorema del límite central, donde el número de elementos de la muestra, es el número de medidas, hallamos el valor de la desviación estándar de los datos:

$$\sigma_T^2 = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 0.02^2 = \frac{\sigma^2}{100} \rightarrow \sigma = 0.2.$$

Aplicando de nuevo el teorema pero ahora para las 1000 medidas obtenemos el valor de la desviación de la muestra:

$$\sigma_T^2 = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow \sigma_T^2 = \frac{0.2^2}{1000} \rightarrow \sigma = 6.32 \cdot 10^{-3} = 0.00632.$$

**219. Una urna contiene 12 bolas rojas y 8 negras, y se extraen sucesivamente 4 bolas. Hallar la probabilidad de que las 4 sean rojas si después de cada extracción la bola escogida no se devuelve a la urna :**

1. 4/20

2. 81/625

3. 42/387

4. 67/505

5. 33/323

$$P = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{10}{18} \cdot \frac{9}{17} = \frac{33}{323}$$

220. En una línea hay cinco canicas rojas, dos blancas y tres azules. Si las canicas del mismo color no pueden diferenciarse entre sí, ¿cuántos arreglos diferentes se pueden hacer?:

1. 3980

2. 2520

3. 5040

4. 1260

5. 1750

$$P = \frac{10!}{5!2!3!} = 2520$$

221. Si la probabilidad de que una persona tenga una mala reacción a la inyección de determinado suero es 0.001, determine la probabilidad de que cada 2000 individuos más de 2 individuos tengan una mala reacción:

1. 0.270

2. 0.323

3. 0.667

4. 0.135

5. 0.112

$$\left. \begin{aligned} P(> 2) &= 1 - [P(0) + P(1) + P(2)] \\ P(0) &= 0,999^{2000} \\ P(1) &= 0,001 \cdot 0,999^{1999} \cdot \frac{2000!}{1!1999!} \\ P(2) &= 0,001^2 \cdot 0,999^{1998} \cdot \frac{2000!}{2!1998!} \end{aligned} \right\} \rightarrow P(> 2) = 0,3233236$$

222. Una variable aleatoria X sigue una distribución exponencial de parámetro  $\beta$ , siendo  $\beta$  un número real mayor que cero. La media y la varianza de la distribución serán respectivamente (señale la respuesta correcta):

1.  $\beta$  y  $\beta$  al cuadrado

2.  $\beta$  al cuadrado y  $\beta$

3.  $\beta$  y  $\beta$

4.  $\beta$  y  $\beta$  al cubo

5.  $\beta$  al cubo y  $\beta$

Estadística → importantísima.

223. Resolver la integral  $\int_{\gamma} \frac{dz}{\sin^3 z}$ , donde  $\gamma$  es círculo orientado positivamente  $\{|z|=1\}$ :

1.  $\pi i$

2.  $-\pi i$

3.  $2\pi i$

4.  $12\pi i$

5.  $2\pi$

$x=0$  es un polo de orden 3 ( $n=3$ )

$$\begin{aligned} A &= \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^3 = \left( \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot 3 \cdot \frac{\sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \right) \Big|_{x=0,01} = \\ &= 2 \cdot \frac{x}{\sin x} \cdot \frac{1 \cdot \sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \cdot 3 \cdot \frac{\sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x} \Big|_{x=0,01} + \\ &+ \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot 3 \cdot \frac{(\cos x - \cos x + x \cdot \sin x) \cdot \sin^2 x - (\sin x - x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x \cdot \cos x}{\sin^4 x} \Big|_{x=0,01} = 1,00017 \approx 1 \end{aligned}$$

El resultado de la integral es:

$$\frac{1}{(n-1)!} \cdot \left[ \frac{d^{n-1}}{dn} (x^n \cdot f(x)) \right] \Big|_{x=\text{polo}} \cdot 2\pi i = \frac{1}{(n-1)!} \cdot A \cdot 2\pi i = \frac{1}{(3-1)!} \cdot 1 \cdot 2\pi i = \pi i$$

224. Sabiendo que la función gamma para argumento 1/2 es  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$  se deduce que  $\Gamma(5/2)$  es igual a:

1.  $3\sqrt{\pi}/4$

2.  $\sqrt{\pi}/2$

3.  $\sqrt{\pi}/4$

4.  $3\sqrt{\pi}/2$

5.  $5\sqrt{\pi}/2$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2} \\ \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n} \sqrt{\pi} \end{aligned} \right\} \rightarrow n=2 \rightarrow (2n-1)=3 \rightarrow \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{1 \cdot 3}{2^2} \sqrt{\pi} = \frac{3}{4} \sqrt{\pi}$$

225. Para valores de  $x$  cercanos a cero, la función  $f(x) = \exp(-x)/(1-x^2)$  puede aproximarse por la expresión  $A + Bx$  donde:

1.  $A=0, B=1$

2.  $A=1, B=1$

3.  $A=1, B=-1$

4.  $A=1, B=0$

5.  $A=-1, B=0$

Taylor:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x-0) + \dots = f(0) + f'(0) \cdot x$$

$$f(0) = \frac{e^{-0}}{1} = 1 \quad f'(0) = \frac{-\exp(-x) \cdot (1-x^2) - \exp(-x) \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2} \Big|_{x=0} = -1 \quad \left. \vphantom{\frac{f'(0)}{1!}} \right\} \rightarrow f(x) = 1 - x = A + Bx \rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases}$$

226. El valor de la integral de 0 a infinito de la función  $(x^6 + 1)^{-1} dx$  es (seleccione la respuesta correcta):

1.  $\pi$                       2.  $\pi/2$                       3.  $\pi/3$                       4.  $\pi/4$                       5.  $\pi/5$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^6 + 1} dx = \text{calculadora} = \frac{\pi}{3}$$

227. ¿De cuántos modos se pueden ordenar las letras de la palabra “ACELERADOR”:

1. 22680                      2. 453600                      3. 1814400                      4. 3628800                      5. 907200

Tiene 10 letras de las cuales la A=2 veces, C=1 vez, E=2 veces, L=1 vez, R=2 veces, D=1 vez, O=1 vez.

$$P = \frac{10!}{2!1!2!1!2!1!1!} = 453600$$

228. Señalar la respuesta correcta respecto a las propiedades de las matrices (considerar A y B dos matrices genéricas de dimensión NxN):

1.  $A \cdot B = B \cdot A$                       2.  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$                       3.  $A = \frac{1}{2} \cdot (A + A^{-1}) + \frac{1}{2} \cdot (A - A^{-1})$
4.  $(A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$                       5.  $A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot B + A \cdot B$

Es una propiedad de las matrices.

229. Calcular el rango de la matriz A:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

1. rango (A) = 4                      2. rango (A) = 1                      3. rango (A) = 3                      4. rango (A) = 3x4                      5. rango (A) = 2

Si hacemos los 4 determinantes 3x3 posibles vemos que salen 0 y que sí que hay determinantes 2x2 distintos de cero así rango=2.

230. La aproximación de Stirling al logaritmo natural de factorial de x, cuando x es grande, es:

1.  $\ln(x!) \approx x! \ln(x) - x$                       2.  $\ln(x!) \approx x! \ln(x)$                       3.  $\ln(x!) \approx (\ln(x))/x$                       4.  $\ln(x!) \approx x \ln(x) - x$                       5.  $\ln(x!) \approx x \ln(x) + x!$

Teoría

231. La suma de la serie  $y=1+2x+3x^2+4x^3+\dots$  para  $x=0.25$  tiene el valor:

1. 1.777                      2. 1.911                      3. 1.709                      4. 1.888                      5. 1.966

$$y = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} \rightarrow y(x = 0,25) = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 0,25^{n-1} = 1,7777$$

232. La solución a la ecuación diferencial  $y''-10y'-11y=0$  con condiciones iniciales  $y(0)=1$ ;  $y'(0)=-1$  es:

1.  $\exp(-11x)$                       2.  $\exp(-x)+\exp(-11x)$                       3.  $\exp(-x)$                       4.  $\exp(11x)$                       5.  $\exp(x)$

$$y'' - 10y' - 11y = 0 \rightarrow D^2 - 10D - 11 = 0$$

$$D = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-11)}}{2 \cdot 1} \rightarrow \begin{cases} D_1 = 11 \\ D_2 = -1 \end{cases} \rightarrow \text{respuestas 1, 2 y 5 falsas.}$$

Veamos entre la 3 y la 4 cuál cumple las condiciones iniciales:

$$3) y = \exp(-x) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y(0) = 1 \\ y'(0) = -\exp(-x)|_{x=0} = -1 \end{array} \right\} \rightarrow 3 \text{ Cierta}$$

$$4) y = \exp(11x) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y(0) = 1 \\ y'(0) = 11 \exp(11x)|_{x=0} = 11 \end{array} \right\} \rightarrow 4 \text{ Falsa}$$

233. Si representamos gráficamente el conjugado de  $1+i$ , ¿en qué cuadrante lo situaríamos?:

1. Superior izquierdo.

2. Superior derecho.

3. Inferior derecho.

4. Inferior izquierdo.

5. No se puede representar.

El conjugado de  $1 + i$  es  $1 - i$ . La parte real es el eje x y la parte imaginaria es el eje y. El 1 es positivo y se pone a la derecha y el  $-i$  es negativo y se pone abajo. Por tanto inferior derecho.

234. Resuelva la ecuación  $x^4 = 1$ :

1.  $x_1 = 1, x_2 = x_3 = x_4 = 0$

2.  $x_1 = i, x_2 = 1, x_3 = x_4 = 1$

3.  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$

4.  $x_1 = 1, x_2 = i, x_3 = x_4 = -1$

5.  $x_1 = 1, x_2 = i, x_3 = -1, x_4 = -i$

$$x^4 = 1 \rightarrow x^2 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 = +1 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ x^2 = -1 \rightarrow x = \pm i \rightarrow \begin{cases} x = i \\ x = -i \end{cases} \end{cases}$$

235. El Laplaciano del campo escalar  $\phi = xyz^3$  es:

1.  $y^2z^3$

2.  $y^2z^3 + 2xyz^3 + 3xy^2z^2$

3.  $2xyz^3 + 6xy^3z$

4.  $y^3z^3 + 2xy^2z^3 + 3xy^3z^2$

5.  $2xz^3 + 6xy^2z$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x}(yz^3) + \frac{\partial}{\partial y}(2xyz^3) + \frac{\partial}{\partial z}(3xy^2z^2) = 0 + 2xz^3 + 6xy^2z = 2xz^3 + 6xy^2z$$