**1. En el movimiento de rotación, la potencia de un cuerpo que gira con momento de rotación M y frecuencia angular $\omega$ constante, viene dada por:**

**1. $M\omega^2$.** **2. Mω/2.** **3. 2 $M\omega$.** **4. $M\omega$.** **5. $M^2\omega$.**

En rotación: P = M·ω L = I·ω

**2. Una patinadora sobre hielo gira con sus brazos extendidos a una frecuencia de 0.25 rev/s. Al juntar sus brazos al torso gira entonces a 0.80 rev/s. Encuentre el cociente entre el momento de inercia inicial respecto al momento de inercia final:**

**1. 0.31** **2. 3.20** **3. 6.44** **4. 1.20** **5. 0.59**

$$L = I \cdot \omega = cte. \rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2 \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{0.8}{0.25} = 3.20$$

**3. En un choque totalmente inelástico de dos esferas de masas $m_1$ y $m_2$ y con velocidades $v_1$ y $v_2$, en una dimensión, las dos esferas salen juntas con una velocidad:**

**1. $\frac{m_1v_1^2+m_2v_2^2}{m_1v_1+m_2v_2}$.** **2. $\frac{m_1^2v_1+m_2^2v^2}{m_1^2+m_2^2}$.** **3. $\frac{m_1v_1+m_2v_2}{2(m_1+m_2)}$.** **4. $\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$.** **5. $\frac{2(m_1v_1+m_2v_2)}{m_1+m_2}$.**

$$P_{antes} = P_{despu\acute{e}s} \rightarrow m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_{12} \rightarrow v_{12} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

**4. La relación entre el momento de inercia (respecto a un eje que pasa por el centro) de una esfera maciza de radio R y una esfera de paredes delgadas (esfera hueca) de radio R es:**

**1. 3/5.** **2. 5/2.** **3. 1/5.** **4. 5/3.** **5. 2/5.**

$$\left.\begin{array}{l} I_M = \frac{2}{5}MR^2 \\ I_H = \frac{2}{3}MR^2 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{I_M}{I_H} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

**5. Respecto al movimiento browniano en un líquido:**

**1. La velocidad del movimiento de sus partículas no depende de las dimensiones de las partículas.**

**2. La energía del movimiento de sus partículas depende de la naturaleza química de sus partículas.**

**3. La velocidad del movimiento de sus partículas depende de la naturaleza química de sus partículas.**

**4. La energía del movimiento de sus partículas depende de las dimensiones de las partículas.**

**5. La velocidad del movimiento de sus partículas aumenta al aumentar la viscosidad del líquido.**

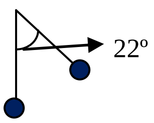
El movimiento browniano es el movimiento aleatorio que se observa en algunas partículas microscópicas que se hallan en un medio fluido (por ejemplo, polen en una gota de agua)

El movimiento estocástico de estas partículas se debe a que su superficie es bombardeada incesantemente por las moléculas (átomos) del fluido sometidos a una agitación térmica.

Tanto la difusión como la ósmosis se basan en el movimiento browniano.

**6. Un avión acelera en la pista del aeropuerto para despegar. Un viajero decide determinar su aceleración mediante un yo-yo, y comprueba que la cuerda forma un ángulo de 22º con la vertical. ¿Cuál es la aceleración del avión?**

**1. 9.81 m/s$^2$.** **2. 3.96 m/s$^2$.** **3. 0 m/s$^2$.** **4. -6.31 m/s$^2$.** **5. 17.90 m/s$^2$.**




$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = Tsen\theta = ma_0 \\ \sum F_y = Tcos\theta = mg \end{array}\right\} \rightarrow \frac{sen\theta}{cos\theta} = tg\theta = \frac{a_0}{g} \rightarrow a_0 = g \cdot tg\theta = 9.8 \cdot tg22º = 3.962 m/s^2$$

**7. Un coche entra en una curva con peralte. El radio de la curva es r y el ángulo del peralte es θ. ¿Cuál es la expresión de la velocidad para que el coche no se salga de la curva?**

**1. $v=rg\ (tg\theta)^{1/2}$** **2. $v=(1/(rg\ tg\theta))^{1/2}$** **3. $v=(r/(g\ tg\theta))^{1/2}$** **4. $v=(rg/tg\theta)^{1/2}$** **5. $v=(rg\ tg\theta)^{1/2}$**

$$\left.\begin{array}{r}\sum F_x = Tsen\theta = ma_0 = m\cdot\frac{v^2}{r}\\ \sum F_y = Tcos\theta = mg\end{array}\right\} \rightarrow \frac{sen\theta}{cos\theta} = \frac{\frac{v^2}{r}}{g} \rightarrow tg\theta = \frac{v^2}{r\cdot g} \rightarrow v = \sqrt{r\cdot g\cdot tg\theta}$$

**8. ¿Cuál es la potencia de salida de un motor, si cuando funciona a 3700 rev/min el momento es de 675 Nm?**

**1. 373 kW.** **2. 484 kW.** **3. 595 kW.** **4. 262 kW.** **5. 151 kW.**

Como hemos dicho en el ejercicio 1:

$$P = M\omega = 675\cdot\frac{3700rev}{1min}\cdot\frac{1min}{60s}\cdot\frac{2\pi\ rad}{1rev} = 261.538\cdot 10^3 W = 261.538kW$$

**9. Si el momento externo resultante que actúa sobre un sistema es cero:**

**1. La masa se conservará pero no la energía.**

**2. Nunca es posible que eso ocurra.**

**3. El momento angular total del sistema se conserva.**

**5. El sistema será inestable y colapsará.**

**4. La energía tenderá a infinito cuando el tiempo tienda a infinito.**

El momento externo resultante que actúa sobre un sistema es: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$. Por tanto, si $\vec{M} = 0 \rightarrow \vec{L} = cte \rightarrow$ se conserva $\vec{L}$

**10. Un alambre de metal al que se le somete a un esfuerzo de $5.9\times10^7\ N/m^2$, experimenta una deformación unitaria de $4.67\times10^{-4}$. El módulo de Young será de:**

**1. 1265.5 GPa.** **2. 126.55 GPa.** **3. 12.655 GPa.** **4. 1.2655 GPa.** **5. 126.55 MPa.**

$$Y = \frac{F}{A}\cdot\frac{L}{\Delta L} = 5.9\cdot 10^7\cdot\frac{1}{4.67\cdot 10^{-4}} = 1.2633\cdot 10^{11} Pa = 126.33\ GPa$$

**11. Un elevador y su carga tienen una masa total de 800 Kg. Hallar la tensión T del cable que lo sostiene cuando el elevador, que se mueve inicialmente hacia abajo a la velocidad de 10 $m.s^{-1}$, se lleva al reposo con aceleración constante en un recorrido de 25 m. (tómese $g=9.8m.s^{-2}$):**

**1. 9440N.** **2. 6850N.** **3. 1600N.** **4. 2500N.** **5. 3800N.**

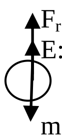
$$\left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}v_f = v_0 + at\\ v_f = 0\end{array}\right\} \rightarrow v_0 = -at \rightarrow t = \frac{v_0}{-a}\\ d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\end{array}\right\} \rightarrow d = -\frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_o^2}{a} = -\frac{v_0^2}{1a} \rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2d}$$

El ascensor frena porque la fuerza de frenado es contrario a la fuerza de gravedad:

$$T = mg - ma = mg - m\cdot\left(-\frac{v_0^2}{2d}\right) = mg + m\cdot\frac{v_0^2}{2d} = 800\cdot 9.8 + 800\cdot\frac{10^2}{2\cdot 25} = 9440N$$

**12. Un cuerpo de masa m cae desde el reposo verticalmente hacia abajo en un fluido donde la fuerza de fricción es proporcional a la velocidad con constante de proporcionalidad k. La relación entre la velocidad adquirida y el tiempo durante el intervalo transcurrido antes de que se alcance la velocidad límite ($v_t$) es:**

**1. $v=v_t\cdot(1+e^{-(k/m)\cdot t})$** **2. $v=v_t\cdot(1-e^{+(k/m)\cdot t})$** **3. $v=v_t\cdot(1-e^{-(m/k)\cdot t})$** **4. $v=v_t\cdot(1-e^{+(m/k)\cdot t})$** **5. $v=v_t\cdot(1-e^{-(k/m)\cdot t})$**



$F_r$: Fuerza de rozamiento
E: Empuje
mg: Peso

$$ma = m\cdot\frac{dv}{dt} = mg - E - F_r = F - F_r = F - kv \rightarrow m\cdot\frac{dv}{dt} = F - kv \rightarrow \frac{mdv}{F-kv} = dt \rightarrow$$

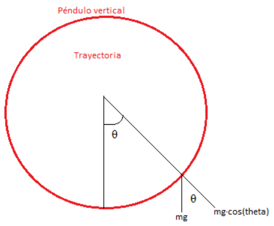
$$\int_0^v \frac{mdv}{F-kv} = \int_0^t dt \;\rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F-kv) + \frac{m}{k}\ln F = t \;\rightarrow \frac{m}{k}\ln\frac{F}{F-kv} = t \;\rightarrow \ln\frac{F}{F-kv} = \left(\frac{k}{m}\right)\cdot t$$

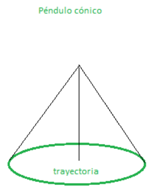
Ahora hacemos $F = kv_t$

$$\ln\frac{v_t}{v_t - v} = \left(\frac{k}{m}\right)\cdot t \rightarrow \frac{v_t}{v_t - v} = e^{\frac{k}{m}\cdot t} \rightarrow \frac{v_t - v}{v_t} = e^{-\frac{k}{m}\cdot t} \rightarrow v_t - v = v_t \cdot e^{-\frac{k}{m}\cdot t} \rightarrow \boxed{v = v_t\cdot\left(1 - e^{-\frac{k}{m}\cdot t}\right)}$$

**13. Un pequeño cuerpo de masa 0.1 Kg oscila en un péndulo vertical de longitud 1.0 m. Si su rapidez es de 2.0 $m.s^{-1}$, cuando la cuerda forma un ángulo de 30º con la vertical, la tensión de la cuerda en ese punto será (tómese $g=9.8 m.s^{-2}$):**

**1. 1.1N.** **2. 1.50N.** **3. 1.35N.** **4. 2.25N.** **5. 1.25N.**




Péndulo vertical (que es lo que piden):

$$T - m\cdot g\cdot\cos\theta \;=\; m\cdot\frac{v^2}{r} \rightarrow T = m\left(g\cdot\cos\theta - \frac{v^2}{r}\right) = 0.1\cdot\left(9.8\cdot\cos 30 + \frac{2.0^2}{1.0}\right) = 1.249N$$

Péndulo cónico (como ejercicio 6):

$T\cdot\cos\theta = m\cdot g \rightarrow T\cdot\cos 30 = 0.1\cdot 9.8 \;\rightarrow T = 1.13N$ $\quad$ $T\cdot\sin\theta = m\cdot a_0 \rightarrow 1.13\cdot\sin 30 = 0.1a_0 \rightarrow a_0 = 5.65m/s^2$

**14. Europa gira en torno a Júpiter con un periodo de 3.55 días (terrestres) y a una distancia media de unos 671000 Km, mientras que la Luna gira en torno a la Tierra con un periodo de 27.32 días a una distancia media de 38400 Km. Asumiendo que las órbitas de estos satélites son circulares, se deduce que la masa de Júpiter es α veces la masa de la Tierra, siendo α aproximadamente igual a:**

ANULADA

**1. 258.** **2. 316.** **3. 346.** **4. 568.** **5. 442.**

3ª Ley de Kepler: $T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{G\cdot M}$:

$$\frac{T^2_{EUROPA}}{T^2_{LUNA}} = \frac{M_{TIERRA}}{M_{JUPITER}}\cdot\frac{R^3_{EUROPA}}{R^3_{LUNA}} \rightarrow \alpha = \frac{M_{JUPITER}}{M_{TIERRA}} = \left(\frac{T_{LUNA}}{T_{EUROPA}}\right)^2\cdot\left(\frac{R_{EUROPA}}{R_{LUNA}}\right)^3$$

Con los datos que dan sale $315.994\cdot 10^3$, que no es ninguna respuesta. Hay una errata en la distancia media de la Luna, que le falta un cero, es decir, es 384000 Km. Con ese dato bien dado sale 315.994, que es la solución 2.

**15. El péndulo simple A tiene una lenteja de masa $m_A$ y longitud $L_A$; el péndulo simple B tiene una lenteja de masa $m_B$ y longitudes $L_B$. Si el periodo de oscilación de A es doble al de B, ¿cuál es la relación entre sus longitudes y masas?**

**1. $L_A=2L_B$ y $m_A=2m_B$** **2. $L_A=4L_B$ y $m_A=2m_B$** **4. $L_A=4L_B$ independientemente de la relación entre $m_A$ y $m_B$**

**3. $L_A=4L_B$, y $m_A=m_B$** **5. $L_A=\sqrt{2}L_B$, independientemente de la relación entre $m_A$ y $m_B$**

Aquí hay que poner la fórmula del periodo para péndulos, que no depende de la masa, a diferencia del periodo de un muelle que sí que depende de la masa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow L_A = 4L_B$$

**16. El momento de inercia de un cilindro hueco de paredes gruesas que rota respecto a su eje es: Datos: masa del cilindro M=300 g, radio interno $R_{interno}$=10 cm y radio externo (suma del radio interno y el espesor de material) $R_{externo}$= 15 cm.**

**1. $9.75x10^{-3}$ kg·m²** **2. $3.25x10^{-3}$ kg·m²** **3. $4.88x10^{-3}$ kg·m²** **4. $6.50x10^{-3}$ kg·m²** **5. $2.44x10^{-3}$ kg·m²**

$$I = \frac{1}{2}M(r_1^2 + r_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 10^{-3} \cdot (0.1^2 + 0.15^2) = 4.875 \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2$$

**17. ¿Con qué unidades se expresa la constante de gravitación universal en el Sistema Internacional (SI) de unidades? (G = 6.673x10$^{11}$…):**

**1. N·m$^2$·kg$^{-2}$.** **2. N·m·kg$^{-2}$.** **3. N·m$^2$·kg$^{-1}$.** **4. N·m·kg$^{-1}$.** **5. N$^2$·m$^2$·kg$^{-2}$.**

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \to G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2} \to [G] = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

**18. Sea A(x, y, z) una función vectorial y a (x, y, z) una función escalar, ambas continuas y derivables. Representamos mediante rot, div y grad los operadores rotacional, gradiente y divergencia usuales, y por x, · los productos vectorial y escalar de vectores. ¿Cuál de las siguientes igualdades es CIERTA?**

**1. rot rot A=0.** **2. rot aA=a div A+grad a x A.** **3. div aA=a div A-grad a x A.**

**4. div rot A=0.** **5. rot grad a=div grad a + grad·grad a.**

Es una propiedad a saberse.

**19. ¿Cuál es el significado físico de la frecuencia angular al cuadrado (ω$^2$) en un sistema oscilante que siga la ley de Hooke?**

**1. Fuerza de retorno por unidad de masa.** **2. Fuerza de retorno por unidad de desplazamiento.**

**3. Fuerza de retorno por unidad de desplazamiento y unidad de masa.**

**4. Energía por unidad de desplazamiento por unidad de masa.**

**5. Energía por unidad de masa por unidad de desplazamiento.**

$$\left.\begin{matrix} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{matrix}\right\} \to \left.\begin{matrix} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ F = -kx \end{matrix}\right\} \to \omega^2 = -\frac{F}{x \cdot m}$$

**20. Un cilindro sólido, una esfera sólida y un anillo, todos de masa M y radio R, caen por un plano inclinado rodando, impulsados por la gravedad y sin deslizar. ¿Cuál tiene menor aceleración del centro de masas?**

**1. El cilindro.** **2. La esfera.** **3. El anillo.**

**4. Depende del ángulo de inclinación del plano.** **5. Depende de la velocidad inicial que tengan.**

$$\left.\begin{matrix} I_{cilindro\ sólido} = \frac{1}{2}MR^2 \\ I_{esfera\ sólida} = \frac{2}{5}MR^2 \\ I_{anillo} = MR^2 \end{matrix}\right\} \to I_{anillo} > I_{colindro} > I_{esfera} \to a_{anillo} < a_{cilindro} < a_{esfera}$$

**21. Sabiendo que el valor del módulo de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de la Tierra es 9.80 N/Kg, el valor del módulo de la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de un Planeta, cuya masa es 3 veces la masa de la Tierra, y su radio 5 veces el radio terrestre será de:**

**1. 1.17 N/Kg.** **2. 2.27 N/Kg.** **3. 3.54 N/Kg.** **4. 1.65 N/Kg.** **5. 2.85 N/Kg.**

$$g = G \cdot \frac{M_{planeta}}{r_{planeta}^2} \to \frac{g_T}{g_P} = \frac{M_T}{M_p} \cdot \frac{r_P^2}{r_T^2} = \frac{M_T}{3M_T} \cdot \frac{25r_T^2}{r_T^2} \to g_T = \frac{25}{3} g_P \to g_p = \frac{3}{25} g_T = \frac{3}{25} \cdot 9.8 = 1.176\, m/s^2$$

**22. ¿Cuántos cuantos de energía hay en un muelle ideal de constante k=2 N·m$^{-1}$ al que está sujeto una masa m que vibra con una amplitud de 1 cm y frecuencia 1 Hz? (h=6.63x10$^{-34}$ J s):**

**1. 1.5x10$^{33}$.** **2. 10$^4$.** **3. 9.4x10$^{29}$.** **4. 9.4x10$^{33}$.** **5. 1.5x10$^{29}$.**

$$\left.\begin{array}{r} E=\dfrac{1}{2}kA^2 \\ E=n\cdot h\cdot \upsilon \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = n\cdot h\cdot \upsilon \rightarrow n=\frac{k\cdot A^2}{2\cdot h\cdot \upsilon}=\frac{2\cdot (10^{-2})^2}{2\cdot h\cdot 1}=1.509\cdot 10^{29} fotones$$

**23. En un pistón de un elevador hidráulico se encuentra una masa de 600kg y sección de 800cm$^2$. El pistón opuesto tiene una sección de 25cm$^2$, masa despreciable y está a 8m por encima del primer pistón. Si el elevador está relleno de aceite con densidad 0.78 g/cm$^3$. ¿Cuál es la fuerza que se ejerce en el segundo pistón para que el sistema esté en equilibrio?**

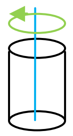
**1. 153 N.** **2. 31 N.** **3. 79 N.** **4. 184 N.** **5. 92 N.**

$$P_1+\delta\cdot g\cdot h_1 = P_2+\delta\cdot g\cdot h_2 \rightarrow P_1-P_2=\delta\cdot g\cdot (h_2-h_1) \rightarrow \frac{F_1}{A_1}-\frac{F_2}{A_2}=\delta\cdot g\cdot (h_2-h_1)\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{600\cdot 9.8}{800\cdot 10^{-4}}-\frac{F_2}{25\cdot 10^{-4}}=780\cdot 9.8\cdot 8 \rightarrow F_2=30.87N$$

**24. Un cilindro hueco de radio 150cm y altura 10cm está rotando horizontalmente con respecto al eje vertical. Un pequeño bloque de madera se encuentra en reposo dentro de él, a la mitad de la altura del cilindro. ¿Con qué velocidad tiene que girar el cilindro para que el bloque de madera no caiga si el coeficiente de fricción entre ambas superficies es de 0.3?**

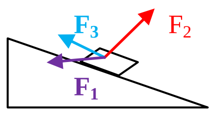
**1. 0.74 rev/s.** **2. 2.10 rev/s.** **3. 4.67 rev/s.** **4. 0.33 rev/s.** **5. 1.27 rev/s.**



$$\left.\begin{array}{r} F_c=N \rightarrow m\cdot r\cdot \omega^2 = N \\ P=F_r \rightarrow mg=\mu N \end{array}\right\} \rightarrow g=\mu R\omega^2 \rightarrow \omega=\sqrt{\frac{g}{\mu\cdot R}}=\sqrt{\frac{9.8}{0.3\cdot 150\cdot 10^{-2}}}=4.887\frac{rad}{s}\cdot\frac{1rev}{2\pi\, rad}=0.7527\, rev/s$$

**25. Un bloque se mueve hacia arriba por un plano inclinado bajo la acción de 3 fuerzas: una horizontal de magnitud 40 N, una normal al plano inclinado de 20 N y la tercera paralela al plano de 30 N. Determinar el trabajo total realizado por la suma de las 3 fuerzas para desplazar el bloque 80 cm hacia arriba. Dato: el plano inclinado forma un ángulo de 30º con la horizontal:**

**1. 40 J.** **2. 44 J.** **3. 72 J.** **4. 52 J.** **5. 55 J.**




$$\left.\begin{array}{r} W_1=F_1\cdot d\cdot \cos\theta = 40\cdot 0.8\cdot \cos 30 = 27.713J \\ W_2=F_2\cdot d\cdot\cos\theta = 20\cdot 0.8\cdot \cos 90 = 0J \\ W_3=F_3\cdot d\cdot\cos\theta = 30\cdot 0.8\cdot\cos 0 = 24J \end{array}\right\} \rightarrow W_t=W_1+W_2+W_3=27.713+0+24=51.713J$$

**26. Una persona en un ascensor ve un tornillo que cae del techo. La altura del ascensor es de 3 m. ¿Cuánto tiempo tarda el tornillo en chocar contra el suelo si el ascensor asciende con una aceleración constante de 4 m/s$^2$?**

**1. 2.187 s.** **2. 1.213 s.** **3. 0.659 s.** **4. 0.426 s.** **5. 0.355 s.**

$$\left.\begin{array}{r} e=e_0+\dfrac{1}{2}at^2 \\ e_{suelo}=e_{tornillo} \end{array}\right\} \rightarrow 0+\frac{1}{2}\cdot 4t^2 = 3-\frac{1}{2}\cdot 9.8t^2 \rightarrow t=0.6594s$$

**27. Una fuerza de dirección y sentido constantes, y cuyo valor expresado en unidades del SI es F=6t+3, actúa sobre una masa de 3 kg inicialmente en reposo. ¿Qué trabajo ha realizado la fuerza al cabo de 2 segundos?**

**1. 15 J.** **2. 0 J.** **3. 27 J.** **4. 54 J.** **5. 18 J.**

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} dW=F\cdot dr = F\cdot\dfrac{dr}{dt}\cdot dt = F\cdot v\cdot dt \\ F=6t+3 \end{array}\right\} \rightarrow dW=(6t+3)\cdot v\cdot dt \\ \left.\begin{array}{r} F=m\cdot a = m\cdot\dfrac{dv}{dt} \\ F=6t+3 \end{array}\right\} \rightarrow (6t+3)\cdot dt = mdv \rightarrow 3t^2+3t=m\cdot v\rightarrow v=\dfrac{3t^2+3t}{m(=3kg)}=t^2+t \end{array}\right\}\rightarrow$$

$$\rightarrow dW=(6t+3)\cdot(t^2+t)dt=(6t^3+6t^2+6t^2+3t)dt=(6t^3+12t^2+3t)dt\rightarrow W=\left(\frac{3}{2}t^4+4t^3+\frac{3}{2}t^2\right)_0^2=54J$$

**28. Estamos pesando una jaula cuyo peso verdadero es de 10 N, y en cuyo interior hay un pajarillo que pesa 1 N. Si en el momento de la pesada el pájaro está volando, ¿qué peso nos indicaría la balanza?**

**1. 11.1 N en el caso de una jaula de rejas abierta al aire.** **2. 10 N en el caso de la jaula herméticamente cerrada.**

**3. 1 N independientemente de si la jaula es de rejas o está herméticamente cerrada.**

**4. 11.1 N en el caso de una jaula herméticamente cerrada.** ANULADA

**5. 11.1 N independientemente de si la jaula es de rejas o está herméticamente cerrada.**

Herméticamente cerrada: el peso del pájaro origina una reacción contra el aire interior de la jaula que actúa sobre el piso de la misma. $P_{total}=P_{pájaro}+P_{jaula}=11N$.

Jaula ordinaria de rejas: el peso del pájaro origina una reacción contra el aire de la habitación que actúa sobre el piso de la habitación pero no sobre la jaula. $P_{total}=P_{jaula}=10N$.

O sea, sería la 4 si pusiera 11N pero como pone 11,1 se anuló.

**29. Considere un observador que camina a una velocidad υ por la periferia de una plataforma circular de radio R que gira a una velocidad angular ω. ¿Qué relación deben cumplir υ, R y ω para que las fuerzas ficticias que experimenta el observador (centrífuga y Coriolis) tengan el mismo módulo en valor absoluto?**

**1. ωR=(3/2)υ** **2. ωR=υ** **3. ωR=2υ** **4. 2ωR=υ** **5. 3ωR=2υ**

Escribimos las expresiones de la fuerza centrifuga en valor absoluto y la fuera de coriolis en valor absouto e igualamos:

$$\left.\begin{array}{r} F_{centrifuga} = m\omega^2 R \\ F_{coriolis} = 2m\omega v \end{array}\right\} \rightarrow m\omega^2 R = 2m\omega v \rightarrow \omega R = 2v$$

**30. Considere un fluido ideal (no viscoso) e incompresible descrito por la ecuación de Bernoulli. Este fluido llena un recipiente de altura *h*=3m y tiene un orificio en un lateral muy cerca de la base (el orificio es muy pequeño comparado con la sección del recipiente). ¿Con qué velocidad sale el fluido por este orificio?**

**1. 5.4 m/s.** **2. 7.67 m/s.** **3. 29.4 m/s.** **4. 58.9 m/s.** **5. La velocidad depende de la densidad del fluido.**

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 3} = 7{,}668 m/s$$

**31. Un móvil sigue un movimiento rectilíneo uniforme de ecuación $v_x=(1+x^2)$(m/s) siendo x la coordenada respecto al origen. Si en el instante inicial (t=0 s) se encuentra en el origen de coordenadas, la aceleración en el instante t=1 s será:**

**1. 13.24 ($m/s^2$).** **2. 4.70 ($m/s^2$).** **3. 7.53 ($m/s^2$).** **4. -2.11 ($m/s^2$).** **5. 10.68 ($m/s^2$).**

$$v = 1 + x^2 = \frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dx}{1+x^2} = dt \rightarrow arctg(x) = t \rightarrow \boxed{x = tg(t)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = 2x \cdot (1 + x^2) = 2tg(t) \cdot \left(1 + tg^2(t)\right) \rightarrow a(t = 1s) = 2tg(1) \cdot \left(1 + tg^2(1)\right) = 10.67s$$

**32. La velocidad angular de precesión de un giróscopo es:**

**1. Inversamente proporcional a la masa del giróscopo.** **2. Directamente proporcional al momento de inercia.**

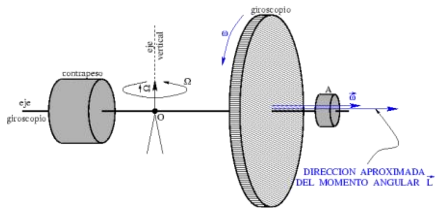
**3. Directamente proporcional a la velocidad angular del giro.**

**4. Directamente proporcional a la masa del giróscopo y al momento de inercia.**

**5. Directamente proporcional a la masa del giróscopo e inversamente proporcional al momento de inercia.**

$$\Omega_{prec} = \frac{R_{CM} \cdot m_{total} \cdot g}{(I_{disco})_{giroscopio} \cdot \omega}$$

$\Omega_{prec}$=velocidad angular con la que el eje de giroscopio (en torno al cual está girando el disco) gira a su vez en torno a un eje vertical que pasa por O.




**33. La ley de Jurin indica la altura h que alcanza por capilaridad un líquido de tensión superficial $T_S$ y densidad d en un tubo de radio r con ángulo de contacto α. Si la densidad del líquido se duplica y su tensión superficial también, la altura de la columna sería:**

**1. 4·h** **2. 2·h** **3. 8·h** **4. h** **5. h/4**

$$\left.\begin{array}{r} h = \dfrac{2\sigma \cdot \cos\theta_{co}}{\delta \cdot g \cdot r} \\ \delta_2 = 2\delta_1 \\ \sigma_2 = 2\sigma_1 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{\delta_1}{\delta_2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

**34. Re es el número de Reynolds para un tubo cilíndrico de diámetro d y longitud l por el que circula un líquido de viscosidad μ y densidad ρ a velocidad υ. Si el radio del tubo se duplica, la velocidad se triplica y la longitud del tubo se reduce a la mitad, el número de Reynolds sería:**

**1. Re/6** **2. 6·Re** **3. 2·Re/3** **4. 3·Re/2** **5. 3·Re**

$$R = \frac{2 \cdot r \cdot v \cdot \delta}{\eta} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \frac{\eta_1}{\eta_2} = 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

**35. La tensión en la pared T de una esfera de radio r que soporta una presión transmural P es:**

**1. T=P·r/3** **2. T=3·P·r/2** **3. T=2·P·r** **4. T=P·r** **5. T=P·r/2**

Ley de Laplace:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} \rightarrow \sigma = \frac{P \cdot R}{2}$$

**36. La tercera ley de Kepler indica que para todos los planetas la relación entre el período de revolución y el radio orbital es la siguiente:**

**1. La razón entre el período de revolución al cubo y el radio orbital al cuadrado se mantiene constante.**

**2. El producto entre el período de revolución al cubo y el radio orbital al cuadrado se mantiene constante.**

**3. El producto entre el período de revolución al cuadrado y el radio orbital al cubo se mantiene constante.**

**4. La razón entre el período de revolución al cuadrado y el radio orbital al cubo se mantiene constante.**

**5. La razón entre el período de revolución y el radio orbital al cuadrado se mantiene constante.**

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot r^3 \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte.$$

**37. Con respecto a la dinámica del sólido rígido, indica la respuesta INCORRECTA:**

**1. Los ángulos de Euler no son independientes entre sí.** **2. El tensor de inercia es hermítico.**

**3. Los ángulos de Euler no son la única manera de describir la orientación de un sólido rígido.**

**4. Cuando un cuerpo gira alrededor de un eje principal de inercia, L y ω son paralelos.**

**5. La dirección de los ejes principales coincide con la de los vectores propios del tensor de inercia.**

La 1 es INCORRECTA porque los ángulos de Euler SÍ que son independientes entre sí.

**38. Un diapasón de frecuencia 400 Hz se mueve desde un observador hacia una pared a 2m/s ¿Cuántos pitidos por segundo escucha el observador? (Asumir la velocidad del sonido como 340m/s):**

**1. 4.7 pitidos/s.** **2. 6.3 pitidos/s.** **3. 3.6 pitidos/s.** **4. 5.2 pitidos/s.** **5. 8.0 pitidos/s.**

Hay 2 ondas:

Onda 1) Va del diapasón al observador de forma directa.
Onda 2) va del diapasón a la pared donde rebota y vuelve hacia el observador.

Onda 1) La fuente se aleja del observador:

$$f_{observada} = f_{emitida} \cdot \left(\frac{v_s}{v_s + v_f}\right) = 400 \cdot \left(\frac{340}{340+2}\right) = 397.6608Hz$$

Onda 2) La fuente se acerca al observador una vez que rebota en la pared:

$$f_{observada} = f_{emitida} \cdot \left(\frac{v_s}{v_s - v_f}\right) = 400 \cdot \left(\frac{340}{340-2}\right) = 402.3669Hz$$

La interferencia entre ambas tiene una frecuencia de $f_{total} = f_2 - f_1 = 4.7061Hz$

**39. Un venturímetro equipado con un manómetro de mercurio tiene como diámetro mayor 12cm y menor 6cm. ¿Cuál es el flujo de agua que pasa por el cubo si la diferencia de altura en el manómetro es de 22 cm? (Densidad del mercurio 13.6g/cm$^3$):**

**1. 0.356 m$^3$/s.** **2. 0.245 m$^3$/s.** **3. 0.137 m$^3$/s.** **4. 0.022 m$^3$/s.** **5. 0.269 m$^3$/s.**

$$\left.\begin{array}{r} \Delta P = 22cmHg = 220mmHg \cdot \dfrac{133{,}3224Pa}{1mmHg} = 299330.928Pa \\ \delta_{mercurio} = \dfrac{13.6g}{cm^3} = \dfrac{1360kg}{m^3} \\ P_1 + \delta g h + \dfrac{1}{2}\delta v_1^2 = P_2 + \delta g h + \dfrac{1}{2}\delta v_2^2 \to \Delta P = \dfrac{1}{2}\delta_{agua}(v_2^2 - v_1^2) \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{c} 29330.928 = \dfrac{1}{2}\cdot 1000 \cdot (v_2^2 - v_1^2) \\ \downarrow \\ \mathbf{58.662 = v_2^2 - v_1^2} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r} r_1 = \dfrac{12}{6} = 6cm = 0.06m \\ r_2 = \dfrac{6}{2} = 3cm = 0.03m \\ G = v \cdot A = cte \to v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \to v_1 r_1^2 = v_2 r_2^2 \to v_1 = v_2 \cdot \left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 \end{array}\right\} \to \left\{\begin{array}{c} v_1 = v_2 \cdot \left(\dfrac{0.03}{0.06}\right)^2 \\ \downarrow \\ \mathbf{v_1 = 0.25 v_2} \end{array}\right.$$

**De estas ecuaciones:**

$$58.662 = v_2^2 - 0.25^2 v_2^2 = \to v_2 = 7.91m/s \to G = v_2 \cdot A_2 = v_2 \cdot \pi r_2^2 = 7.91 \cdot \pi \cdot 0.03^2 = 0.02237m^3/s$$

**40. Un disco tiene un momento de inercia de 15 g·m$^2$ y gira a 3 rev/s. Un fino chorro de arena cae sobre el disco rotatorio a 20 cm del eje dejando un anillo estrecho. ¿Cuánta tierra hay que echar para que baje la velocidad a 2 rev/s.?**

**1. 0.93 kg.** **2. 0.04 kg.** **3. 0.13 kg.** **4. 0.47 kg.** **5. 0.19 kg.**

Inicialmente sólo tenemos un disco. Luego tenemos un disco al que añadimos un anillo de arena. El momento angular se debe conservar:

$$L_0 = L_f \to I_0\omega_0 = I_f\omega_f \to 15 \cdot 3 = I_f \cdot 2 \to I_f = 22.5g \cdot m^2$$

Ese momento de inercia es debido al disco y al anillo:

$$I_f = I_D + I_A = I_D + MR^2 \to 22.5 = 15 + M \cdot 0.2^2 \to M = 187.5g = 0.1875kg$$

**41. Teniendo en cuenta que Júpiter posee un radio 11 veces mayor que el terrestre y una densidad 4 veces inferior, ¿cuál es la velocidad de escape en este planeta? Suponer planetas esféricos y homogéneos. $v_0$=velocidad de escape terrestre:**

**1. 11.6 $v_0$** **2. 5.5 $v_0$** **3. 2.6 $v_0$** **4. 0.84 $v_0$** **5. 7.4 $v_0$**

$$\left.\begin{aligned} v_{escape} &= \sqrt{\frac{2G\cdot M}{R}} \\ \delta = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\cdot R^3} &= \frac{3M}{4\pi\cdot R^3} \rightarrow \frac{M}{R} = \frac{\delta\cdot 4\pi\cdot R^2}{3}\end{aligned}\right\} \rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{8\pi\cdot\delta\cdot R^2\cdot G}{3}} \rightarrow \frac{v_J}{v_T} = \sqrt{\frac{\delta_J\cdot R_J^2}{\delta_T\cdot R_T^2}} = \sqrt{\frac{\frac{\delta_T}{4}\cdot 11^2 R_T^2}{\delta_T\cdot R_T^2}} = 5.5 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_{JÚPITER} = 5.5 v_{TIERRA}$$

**42. Las ondas sonoras se propagan en agua con una velocidad que es 4.5 veces mayor que en el aire. Un tren de ondas sonoras provenientes de un terremoto submarino incide en la superficie del mar con un ángulo de 45º respecto a la normal a la superficie. Las ondas emergen del mar con un ángulo respecto a la normal de:**

**1. 45º.** **2. 81º.** **3. No emergen y se quedan totalmente absorbidas.** **4. 9º.** **$\boxed{\text{5. 18º.}}$**

$$\left.\begin{aligned} n_{agua}\cdot sen\theta_{agua} = n_{aire}\cdot sen\theta_{aire} \rightarrow sen\theta_{aire} = \frac{n_{agua}}{n_{aire}}\cdot sen\theta_{agua} \\ \left.\begin{aligned} n &= \frac{c}{v} \\ v_{agua} &= 4.5 v_{aire}\end{aligned}\right\} \rightarrow n_{agua} = \frac{c}{v_{agua}} = \frac{c}{4.5\cdot v_{aire}} = \frac{n_{aire}}{4.5} \rightarrow \frac{n_{agua}}{n_{aire}} = \frac{1}{4.5}\end{aligned}\right\} \rightarrow sen\theta_{aire} = \frac{sen\theta_{agua}}{4.5} = \frac{sen45}{4.5} = 9.04º$$

**43. En la reflexión sobre un extremo libre de una onda que recorre una cuerda, la onda reflejada y la incidente tiene un desfase de:**

**1. π.** **2. π/2.** **3. π/4.** **$\boxed{\text{4. No hay desfase.}}$** **5. 3 π/2.**

Onda reflejada y onda incidente: sin desfase.

**44. A través de un tubo de 200 mm de longitud y de 1.5 mm de diámetro circula agua existiendo una diferencia de presiones de 6660 N/m$^2$ entre los extremos del mismo. Considerando una viscosidad del agua de 8.01x10$^{-4}$ Kg/(m·s), el flujo, aplicando la ley de Poiseuille, será:**

**1. 51656x10$^{-6}$ m$^3$/s.** **2. 5165.6x10$^{-6}$m$^3$/s.** **3. 516.56x10$^{-6}$ m$^3$/s.** **4. 51.656x10$^{-6}$ m$^3$/s.** **$\boxed{\text{5. 5.1656x10}^{-6}\text{ m}^3\text{/s.}}$**

$$\left.\begin{aligned} G &= \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta L} \\ L = 200mm = 0.2m &\quad \Delta P = 6660 N/m^2 \\ R = \frac{1.5\cdot 10^{-3}}{2} &\quad \eta = 8.01\cdot 10^{-4}\ kg/m\cdot s\end{aligned}\right\} \rightarrow G = 5.16555\cdot 10^{-6} m^3/s$$

**45. El corazón bombea aproximadamente 75 ml por cada latido, con una frecuencia de 65 latidos/minuto. Si la presión media es de 1.33x10$^4$ N/m$^2$, la potencia mecánica será de:**

**1. 108.06 W.** **2. 10.806 W.** **$\boxed{\text{3. 1.0806 W.}}$** **4. 1.1 mW.** **5. 1100 W.**

$$\left.\begin{aligned} Potencia &= Presión\cdot\frac{Volumen}{tiempo} \\ \frac{Volumen}{tiempo} &= \frac{75ml}{latido}\cdot\frac{1m^3}{10^6 ml}\cdot\frac{65 latidos}{minuto}\cdot\frac{1minuto}{60s} = 8.125\cdot 10^{-5} m^3/s \\ Presión &= 1.33\cdot 10^4 N/m^2\end{aligned}\right\} \rightarrow Potencia = 1.080625W$$

**46. Un tanque de grandes dimensiones lleno de agua tiene abierta su parte superior. Aplicando la ecuación de Torricelli, indicar la velocidad de salida del agua a través de una abertura situada a 5 m por debajo del nivel de agua. Datos: aceleración de la gravedad, g=9.81 m/s$^2$:**

**1. 990 m/s.** **2. 99 m/s.** **3. 49.5 m/s.** **$\boxed{\text{4. 9.9 m/s.}}$** **5. 4.95 m/s.**

$$v = \sqrt{2\cdot g\cdot g} = \sqrt{2\cdot 9.81\cdot 5} = 9.9045 m/s$$

**47. Las frecuencias de resonancia de una cuerda que vibra fija por un extremo y libre por el otro vienen dadas por la siguiente expresión (donde v es la velocidad de la onda estacionaria en la cuerda y L es la longitud de la cuerda):**

**$\boxed{\text{1. } f_n = n\frac{v}{4L} \text{ con n=1, 3, 5, …}}$** **2. $f_n = n\frac{v}{2L}$ con n=1, 2, 3, …** **3. $f_n = n\frac{v}{2L}$ con n=1, 3, 5, …**

**4.** $\boldsymbol{f_n = n\frac{v}{4L}}$ **con n=1, 2, 3, …** **5.** $\boldsymbol{f_n = n\frac{v}{L}}$ **con n=1, 2 , 3 …**

Son las leyes de Mersene donde la respuesta 1 es para una cuerda con un extremo libre (sólo valen los n impares) y la respuesta 2 es para una cuerda con los dos extremos fijos.

**48. La sirena de un coche de policía emite un tono puro a una frecuencia de 1125 Hz. Halle la frecuencia que usted percibiría si su coche se mueve a 9m/s y el de la policía le sigue a usted a una velocidad de 38m/s:**

**1. 1027 Hz.** **2. 986 Hz.** **3. 1039 Hz.** **4. 1232 Hz.** **5. 1218 Hz.**

Fuente y observador se mueven de forma que el observador huye (se aleja) y la fuente persigue (se acerca). Por tanto:

$$f_{observada} = f_{emitida}\left(\frac{v_s - v_0}{v_s - v_f}\right) = 1125 \cdot \left(\frac{340-9}{340-38}\right) = 1233.03Hz$$

**49. Si el nivel de intensidad β de un aparato de radio es de 50 dB para una determinada intensidad, ¿Cuál será el nivel de intensidad si la intensidad aumenta un factor 100?**

**1. 5000 dB.** **2. 500 dB.** **3. 55 dB.** **4. 70 dB.** **5. 150 dB.**

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 50\ dB$$

$$\beta_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} = 10\log\frac{100 I_1}{I_0} = 10\log 100 + 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\cdot 2 + 50 = 70\ dB$$

**50. Durante el verano un pez suele estar bastante tiempo en un pequeño pozo. Mientras nada tranquilamente a una profundidad de 1m es observado por un gato que está colgado en una rama de árbol a 3m de la superficie del pozuelo. ¿A qué profundidad estará la imagen del pez que ve el gato? (índice de refracción del agua es 1,33):**

**1. 3.00 m.** **2. 2.72 m.** **3. 2.43 m.** **4. 2.00 m.** **5. 0.75 m.**

Superficie del agua = dioptrio plano.

$$\frac{n}{s} = \frac{n'}{s'} \rightarrow \frac{1{,}33}{1} = \frac{1}{s'} \rightarrow s' = 0{,}752\ m$$

s' = 0,752 m es la profundidad a la que el gato ve al pez, que es lo que piden.

d=s'+h = 0,752+3 = 3,752 m es la distancia a la que el gato ve al pez.

**51. La velocidad de propagación del sonido en un sólido de densidad d y módulo de Young E es v. Si la densidad se duplica y el módulo de Young se triplica, ¿cuál es aproximadamente la velocidad del sonido?**

**1. 0.87·v** **2. 1.76·v** **3. 1.22·v** **4. 1.5·v** **5. 0.67·v**

Propagación del sonido en un sólido: leyes de Mersene. Sólido = barra elástica.

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\delta}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{Y_2}{\delta_2}} = \sqrt{\frac{3Y}{2\delta}} = v\cdot\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}2247\ v$$

**52. Considere que un rayo de luz incide desde el aire (con índice de refracción igual a 1) a un medio isótropo y lineal con índice de refracción *n*>1. En estas condiciones:**

**1. Nunca se produce refracción.** **2. Solo si cos(θ)=1/n se produce refracción.** **3. Siempre se produce reflexión total.**

**4. Solo cuando tg(θ)=1/n se produce refracción.** **5. Siempre se produce refracción.**

Ley de Snell:

$$\left.\begin{matrix} n\sin\theta_1 = n'\sin\theta_2 \\ n=1 \quad n'>1 \end{matrix}\right\} \to \sin\theta_1 > \sin\theta_2 \to \sin\theta_2 < \sin\theta_1$$

Como sen$\theta_1$ se encuentra entre -1 y +1, sen$\theta_2$ se encontrará en ese intervalo con más razón así que nunca hay problemas y por tanto hay refracción.

**53. Un objeto se sitúa a 20 cm de un espejo cóncavo produciendo una imagen virtual 25 cm detrás de espejo. Indique dónde se formará la imagen, si el objeto se aleja a una distancia doble de la inicial:**

**1. -66.7 cm.** **2. -33.3 cm.** **3. -50 cm.** **4. 100 cm.** **5. 33.3 cm.**

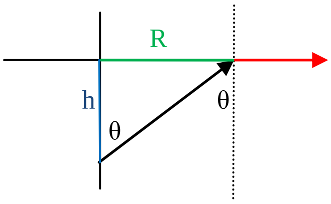
$$\left.\begin{matrix} \frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{2}{r} \\ \frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{2}{r} \end{matrix}\right\} \to \frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}$$

Donde sustituimos los valores $s_1' = +25\ cm$ (la imagen es virtual, o sea, formada por las prolongaciones de los rayos, o sea, a la derecha del espejo, o sea, positivo), $s_1 = -20\ cm$, y $s_2 = 2s_1 = -40\ cm$.

Al sustituir dichos valores en la ecuación sale que $s_2' = +66{,}67\ cm$, que en la tabla de los espejos cóncavos también sale positivo, aunque aquí no hay problema porque no tenemos los dos signos.

**54. Un foco luminoso se halla sumergido en agua, a 60 cm de la superficie. Calcular el diámetro del mayor círculo en la superficie a través del cual puede emerger la luz del agua (nagua=1,33):**

**1. 48.6 cm.** **2. 1 m.** **3. 1.36 m.** **4. 1.2 m.** **5. 33.3 cm.**




nsenθ = n'senθ' → 1,33 senθ = 1 → θ = 48,753º.

tg θ = h/R → R = h tgθ = 60·tg(48,753) = 68.425 cm

D = 2R = 136,50 cm = 1,365 m.

**55. Calcular el radio del 3er anillo de Newton brillante producido al hacer incidir luz de λ=700nm sobre una lente planoconvexa de 10m de radio apoyada sobre un vidrio en el seno de aire:**

**1. 6.6 cm.** **2. 4.2 mm.** **3. 1.3 cm.** **4. 6.9 cm.** **5. 548 µm.**

El radio del m-ésimo anillo de Newton es:

$$r_m = \left[\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda R\right]^{1/2}$$

R = radio de curvatura de la lente = 10 m
λ = longitud de onda de la luz incidente = 700 nm = $7\cdot10^{-7}$m.
m = n anillos - 1 = 3 – 1 = 2.

Entonces $r_2 = 4{,}183\cdot10^{-3}$ m = 4,183 mm.

Si hubiéramos puesto m = 3 en lugar de m = 2, hubiera salido 4,95mm y también sería la respuesta 2, porque las demás son en cm o µm.

**56. Sobre una red de difracción de 12000 rayas por centímetro incide luz de sodio. ¿Con qué ángulos se verán las dos líneas amarillas de longitudes de onda de 589 nm y 589.59 nm, correspondientes al primer orden?**

**1. 44.98º y 45.03º, respectivamente.** **2. 43.98º y 44.03º, respectivamente.** **3. 4.05º y 4.03º, respectivamente.**

**4. 0.785º y 0.786º, respectivamente.** **5. 49.97º y 50.04º, respectivamente.**

$$\left.\begin{matrix} d\cdot sen\theta = m\cdot\lambda \\ m=1 \\ \lambda_1 = 589\ nm = 5{,}89\cdot10^{-7}m \\ \lambda_2 = 589{,}59\ nm = 5{,}8959\cdot10^{-7}m \\ d^{-1} = 12000\frac{líneas}{cm} \to d = 8{,}3333\cdot10^{-7}m/línea \end{matrix}\right\} \to \left\{\begin{matrix} 8{,}3333\cdot10^{-7}\cdot sen\theta = 5{,}89\cdot10^{-7} \to \theta_1 = 44{,}97537º \\ 8{,}3333\cdot10^{-7}\cdot sen\theta = 5{,}8959\cdot10^{-7} \to \theta_1 = 45{,}03275º \end{matrix}\right.$$

**57. Considere que el índice de refracción del aire varía como *n(h)=1+n0exp(-h/$h_0$)* en función de la altitud sobre el nivel del mar *(h)*, siendo *$n_0$* y *$h_0$* constantes positivas. Considere un rayo de luz emitido verticalmente desde la superficie terrestre hacia un satélite a una altura *H*. ¿Qué camino óptico *L* recorre este rayo? (considere que exp*(-H/$h_0$)*<<1):**

**1. L=$n_0$H+$h_0$** **2. L=H+$n_0h_0$** **3. L=$n_0$(H+$h_0$)** **4. L=H-$n_0h_0$** **5. L=Hexp(-H/$h_0$)+$n_0h_0$**

$$L = \int_{P_1}^{P_2} n(\vec{r})dS = \int_0^H \left(1 + n_0 e^{-h/h_0}\right)dh = \left(h - n_0 h_0 e^{-h/h_0}\right)\Big|_0^H = H - n_0 h_0 e^{-H/h_0} + n_0 h_0 = H + n_0 h_0 (1 - e^{-H/h_0})$$

Según el enunciado $e^{-H/h_0} \ll 1$, por lo que $L = H + n_0 h_0$.

**58. El aumento angular total de un microscopio se define como el:**

**1. Cociente del aumento lateral del objetivo y el aumento angular del ocular.**

**2. Producto del aumento angular del objetivo y el aumento angular del ocular.**

**3. Producto del aumento angular del objetivo y el aumento lateral del ocular.**

**4. Cociente del aumento angular del objetivo y el aumento angular del ocular.**

**5. Producto del aumento lateral del objetivo y el aumento angular del ocular.**

$$\Gamma = -\frac{t}{f'_{obj}} \cdot \frac{250}{f'_{oc}} = \beta'_{obj} \cdot \Gamma_{oc}$$

Aumento angular total = Aumento lateral objetivo · Aumento angular ocular.

**59. Si el radio de curvatura de un espejo cóncavo es de 6 cm, ¿cuál es su distancia focal?:**

**1. 3 cm.** **2. 6 cm.** **3. 12 cm.** **4. 24 cm.** **5. infinito.**

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \to f = \frac{r}{2} = 3cm$$

**60. Un rayo de luz se propaga inicialmente en el agua con una longitud de onda de 610 nm y, posteriormente, atraviesa una capa homogénea de benceno. La longitud de onda de la luz en este último medio es entonces aproximadamente igual a: (Dato: tómese 4/3 y 3/2 como los correspondientes índices de refracción absolutos del agua y del benceno, respectivamente.)**

**1. 686 nm.** **2. 482 nm.** **3. 542 nm.** **4. 610 nm.** **5. 772 nm.**

$$\left.\begin{array}{r} n = \dfrac{c}{v} \\ v = \lambda \cdot f \end{array}\right\} \to n = \frac{c}{\lambda \cdot f} \to n \cdot \lambda = \frac{c}{f} \to n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2 \to \frac{4}{3} \cdot 610 = \frac{3}{2} \cdot \lambda_2 \to \lambda_2 = 542{,}22\ nm$$

**61. En el camino de un haz de luz de intensidad I0 se intercala perpendicularmente un único polarizador lineal, el cual se hace girar manteniendo su plano. Si a la salida se encuentra una orientación del polarizador para la cual no se transmite luz, el haz incidente es un haz de luz:**

**1. Natural.** **2. Polarizada circular pura.** **3. Polarizada plana.** **4. Polarizada elíptica.**

**5. Es imposible encontrar una orientación del polarizador para la cual no se transmite luz.**

Ley de Malus: $I_{salida} = I_0 \cos^2 \alpha$. Si α = 90º → $I_{salida} = 0$.

**62. En un sistema de comunicaciones ópticas se emplea la banda 1500-1600 nm. ¿Qué ancho espectral tiene esa banda?**

**1. 100 GHz.** **2. 3 THz.** **3. 20 THz.** **4. 12.5 THz.** **5. 30 HZ.**

$$\lambda \cdot f = c \to f = \frac{c}{\lambda} \to \Delta f = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \to \Delta f = \frac{c}{1500 \cdot 10^{-9}} - \frac{c}{1600 \cdot 10^{-9}} = 1{,}249 \cdot 10^{13} Hz = 12{,}49\ THz.$$

**63. ¿Cuál de los siguientes enunciados es FALSO?**

**1. El ojo hipermétrope ve los objetos alejados con mínima acomodación.**

**2. El ojo normal ve los objetos alejados sin acomodación.**

**3. El ojo miope no ve con nitidez los objetos situados entre el infinito y el punto remoto.**

**4. El poder separador es el mínimo ángulo bajo el cual se pueden ver dos puntos separadamente.**

**5. El ángulo aparente de un objeto es el ángulo bajo el cual se ven sus extremos.**

El poder separador es el recíproco del valor mínimo de la distancia entre dos puntos que al observarlos a través del instrumento se vean nítidamente → 4. FALSA.

**64. Respecto a los cambios de fases en una sustancia pura y su diagrama PT indicar la respuesta correcta:**

**1. Se llama sublimación al paso de la sustancia de líquido saturado a vapor saturado.**

**2. Las curvas de fusión y de sublimación son siempre de pendiente positiva mientras que la de vaporización puede ser de pendiente positiva o negativa.**

**3. Las curvas de vaporización y de sublimación son siempre de pendiente positiva mientras que la de fusión puede ser de pendiente positiva o negativa.**

**4. Las curvas de fusión y de vaporización son siempre de pendiente positiva mientras que la de sublimación puede ser de pendiente positiva o negativa.**

**5. La curva de vaporización es siempre de pendiente positiva mientras que la fusión y la sublimación pueden ser de pendiente positiva o negativa.**

Teoría a saberse.

**65. Para un sistema magnético simple, si la temperatura se mantiene constante y el campo magnético *H* sufre un cambio *H*+Δ*H*, la entropía cambia una cantidad Δ*S*,**

ANULADA

$$\Delta S = -\frac{CH\Delta H}{T^2}$$

**Con C una constante característica del sistema. A partir de esta información y siendo M la magnetización, ¿cuál de estas expresiones es correcta?**

**1.** $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = -\frac{CH}{T}$ **2.** $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = -\frac{CH}{T^2}$ **3.** $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = -\frac{CH^2}{T}$ **4.** $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = -\frac{CH}{T^3}$ **5.** $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = -\frac{CH^3}{T}$

Todas las respuestas tienen $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T = \cdots$ lo que no es posible ya que $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_T$ significa "derivada de M respecto de T a T = constante" y no se puede derivar respecto de una constante.

La respuesta correcta sería:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H = -\frac{CH}{T^2}$$

**66. El máximo de la distribución espectral del sol ocurre a 4735 Amstrong y su temperatura es 6050 K. Si observamos una estrella cuya distribución de energía muestra un máximo a 9506 Amstrong, su temperatura aproximada será:**

**1. 3013 K.** **2. 1055 K.** **3. 9550 K.** **4. No es posible estimarla con estos datos.** **5. 2558 K.**

$$T_1\lambda_1 = T_2\lambda_2 \rightarrow 6050 \cdot 4735 = T_2 \cdot 9506 \rightarrow T_2 = 3013{,}544\ K.$$

**67. Respecto a las capacidades caloríficas molares de un gas ideal a presión y volumen constante, $c_p$ y $c_v$ respectivamente, es FALSO que:**

**1. $c_v$ es sólo función de la temperatura T.** **2. $c_p$ es sólo función de la temperatura T.** **3. $c_p$-$c_v$=const=R.**

**4. Para gases monoatómicos $c_v$ es aproximadamente constante a temperaturas ordinarias e igual a (3/2)·R.**

**5. Para gases diatómicos denominados permanentes $c_p$ es aproximadamente constante a temperaturas ordinarias e igual a (5/2)·R.**

Temperaturas medias:

| | Monoatómico | Diatómico |
|---|---|---|
| $C_p$ | $\frac{5}{2}R$ | $\frac{7}{2}R$ |
| $C_v$ | $\frac{3}{2}R$ | $\frac{5}{2}R$ |

**68. El calor específico a volumen constante de un gas, $c_v$, es 740 J/(kg·K). Si se comporta como gas ideal, su calor específico a presión constante, $c_p$, será: (Datos: Peso molecular del nitrógeno= 20kg/kmol; Constante de los gases perfectos, R= 8314 J/(kmol·K).)**

**1. $1.04 \times 10^3$ kJ/(kg·K).** **2. $1.04 \times 10^3$ J/(kg·K).** **3. 1.04J/(kg·K).** **4. 1.04 mJ/(kg·K).** **5. 10.4 J/(kg·K).**

Al darnos los datos del nitrógeno nos dice que el gas es diatómico → $\gamma = 1.4$.

$$\frac{c_p}{c_v} = 1{,}4 \ \rightarrow c_p = 1{,}4\, c_v = 1{,}4 \cdot 740 = 1036\, J/kg \cdot K$$

**69. En una máquina térmica donde $Q_H$ y $Q_C$ representan el calor absorbido y rechazado por la máquina durante un ciclo y W el trabajo mecánico convertido, la eficiencia térmica (e) es:**

**1. $e = \frac{W}{Q_c}$** **2. $e = \frac{W}{Q_H} + 1$** **3. $e = \frac{W}{Q_H - Q_c}$** **4. $e = 1 - \frac{Q_c}{Q_H}$** **5. $e = \frac{W}{Q_H}$**

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_c}{Q_H} = \frac{W}{Q_H}$$

**70. Considere las coordenadas del punto crítico ($p_c$, $v_c$, $T_c$) entre las fases gaseosa y líquida de una sustancia descrita por la ecuación de estado de Van der Waals $(p+a/v^2)(v-b)=RT$, siendo p la presión, *v* el volumen específico, *T* la temperatura, *R* la constante universal de los gases y a y b son dos constantes que dependen de la sustancia. ¿Cuál de las siguientes relaciones es cierta?**

**1. $v_c=3b$** **2. $p_c=a/b$** **3. $v_c=a$** **4. $T_c=ab$** **5. $p_c/v_c=a/b$**

El punto crítico es un punto de inflexión de la isoterma $T_c$ en el diagrama P-V de modo que se cumple que:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0 \rightarrow \frac{-nRT}{(V-nb)^2} + \frac{2n^2a}{V^3} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0 \rightarrow \frac{2nRT}{(V-nb)^3} - \frac{6n^2a}{V^4} = 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} V_c = 3nb \\ T_c = \dfrac{8a}{27Rb} \end{cases}$$

Sustituyendo $V_c$ y $T_c$ en la ecuación de Van der Waals obtenemos la presión crítica $P_c$:

$$P_c = \frac{a}{27b^2}$$

Como se puede apreciar en la ecuación dada en el enunciado, n=1 ya que no aparece (tendría que ser (..)(..) = nRT). Por tanto, si n=1:

$$V_c = 3b; \quad T_c = \frac{8a}{27Rb}; \quad P_c = \frac{a}{27b^2}.$$

**71. Se deja caer desde una altura h sobre el suelo un recipiente térmicamente aislado y lleno de agua. Si el choque es perfectamente inelástico y toda la energía mecánica perdida en la caída se convierte en energía interna del agua, ¿cuál debe ser h para que la temperatura del agua aumente en 1ºC). Calor específico del agua c=4.18 KJ/(Kg·K):**

**1. 98.1 m.** **2. 298 m.** **3. 426 m.** **4. 666 m.** **5. 801 m.**

$$\Delta Q = E \ \rightarrow m \cdot c_{esp} \cdot \Delta T = m \cdot g \cdot h \ \rightarrow h = \frac{c_{esp} \cdot \Delta T}{g} = \frac{4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 1}{9{,}8} = 426{,}53\, m$$

**72. Calcular la variación de entropía que experimentan 100g de He al pasar de 0ºC a 100ºC en una transformación isóbara:**

**1. 39 cal/K** **2. 1 cal/K** **3. 18 cal/K** **4. 95 cal/K** **5. 127 cal/K**

$$\left.\begin{array}{r} Isóbara \rightarrow \Delta S = n \cdot c_p \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} \\ He{:}\,A = 4 \;\rightarrow n = \dfrac{100g}{4g/mol} = 25\,moles \\ c_p = \dfrac{5}{2}R \end{array}\right\} \rightarrow \Delta S = 25 \cdot \frac{5}{2}R \cdot \ln\frac{373}{273} = 162{,}1876\frac{J}{K} = 38{,}8\,cal/K$$

**73. La presión de 1 m$^3$ de agua líquida aumenta de 10$^5$ Pa hasta 10$^6$ Pa a una temperatura constante de 4ºC. Suponiendo que la densidad del agua a esta temperatura es constante (incompresible), ¿cuál ha sido la variación de la entalpía libre de Gibbs G del sistema en este proceso termodinámico?**

**1. -9x10$^5$ J** **2. 9x10$^6$ J** **3. 10$^5$ J** **4. -9x10$^6$ J** **5. 9x10$^5$ J**

$$\left.\begin{array}{r} dG = VdP - SdT \\ T = cte \end{array}\right\} \rightarrow dG = VdP \;\rightarrow \int dG = \int_{P_1}^{P_2} VdP \;\rightarrow G = V(P_2 - P_1) = 1 \cdot (10^6 - 10^5) = 9 \cdot 10^5\,J$$

**74. El recorrido libre medio $\ell_1$ de las moléculas de un gas de nitrógeno molecular a temperatura T (T≈300 K) y a presión $P_1$ (con $P_1$≈1 atmósfera) es de 70 nm. Asumiendo que el gas puede aproximarse a un gas ideal, ¿cuál es aproximadamente, en nanómetros, el camino libre medio $\ell_2$ de las moléculas cuando, a la misma temperatura T, la presión pasa a $P_2$=0.9 $P_1$?**

**1. 96.0** **2. 82.0** **3. 77.8** **4. 86.4** **5. 73.8**

Tenemos la misma temperatura y el mismo número de moles. Pasamos de $P_1$ a $P_2$ =0.9$P_1$ → disminuye la presión → aumenta el volumen. O sea, tenemos más volumen para el mismo número de moléculas → las moléculas tardarán más en chocar → Si P disminuye, $l$ aumenta → $l_1 P_1 = l_2 P_2 \;\rightarrow 70P_1 = l_2 \cdot 0.9P_1 \rightarrow l_2 = 77{,}78\,nm$

**75. Una jarra de limonada de 2 litros ha permanecido todo el día sobre una mesa de picnic a 33ºC. En un vaso de corcho blanco echamos 0,24 kg de limonada y dos cubitos de hielo (cada uno de 0,025 kg a 0ºC). Suponiendo que no hay pérdidas de calor a través de las paredes del vaso, ¿cuál será la temperatura final de la limonada? C=4,18 kJ/(kg·ºC), $L_f$=333.5 kJ/kg:**

**1. 10.3ºC.** **2. 22.5ºC.** **3. 13.6ºC.** **4. 8.5ºC.** **5. 29.5ºC**

$$Q_{limonada} = Q_{hielo} \;\rightarrow m_l \cdot c_l \cdot \Delta T_l = m_h c_h \Delta T_h + m_h L_h$$

$$0.24 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot (33 - T_f) = 0.05 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot (T_f - 0) + 0.05 \cdot 333.5 \cdot 10^3 \rightarrow T_f = 13{,}55ºC$$

**76. La ley de difusión da el desplazamiento cuadrático medio que se difunde una partícula en función del tiempo. Si una molécula de glucosa se difunde en agua a una temperatura dada, una distancia de un cm en un día ¿Cuánto se difundirá en 4 días?**

**1. 16 cm.** **2. 32 cm.** **3. 2 cm.** **4. 4 cm.** **5. 8 cm.**

$$\left.\begin{array}{r} D = \dfrac{\lambda}{2\tau} \\ D_1 = D_2 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{\lambda_1^2}{2\tau_1} = \frac{\lambda_2^2}{2\tau_2} \rightarrow \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{\lambda_2^2}{2 \cdot 4} \rightarrow \lambda_2 = 2\,cm$$

**77. La ley de desplazamiento de Wien nos da la longitud de onda a la cual la intensidad de radiación emitida por un cuerpo a temperatura T es más intensa. Para un cuerpo a una temperatura de 6000 K, la longitud de onda es aproximadamente 4.8x10$^{-7}$ m. Si la temperatura del cuerpo cambia a 3000 K, la longitud de onda a la que la intensidad es máxima valdrá aproximadamente:**

**1. 2.4x10$^{-7}$ m.** **2. 9.6x10$^{-7}$ m.** **3. 1.2x10$^{-7}$ m.** **4. 4.8x10$^{-7}$ m.** **5. 1.92x10$^{-6}$ m.**

$$\lambda_{máx} \cdot T = cte \;\rightarrow \lambda_1 \cdot T_1 = \lambda_2 \cdot T_2 \rightarrow 4.8 \cdot 10^{-7} \cdot 6000 = \lambda_2 \cdot 3000 \;\rightarrow \lambda_2 = 9{,}6 \cdot 10^{-7}$$

**78. Si en un sistema, el número de microestados accesibles compatibles con los parámetros macroscópicos del mismo, aumenta de forma exponencial con la energía, la entropía aumentará:**

**1. De forma exponencial con la energía.** **2. Linealmente con la energía.** **3. Logarítmicamente con la energía.**

**4. Con el cuadrado de la energía.** **5. Con la raíz cuadrada de la energía.**

La ley de Botzmann para la entropía determina que $S = k_B \cdot \ln\Omega$ con $\Omega$ = número de microestados. Si los microestados son de la forma $\Omega = e^E \rightarrow S = k_B \cdot \ln e^E \rightarrow S = k_B \cdot E$.

**79. Supongamos un recipiente con una mezcla gaseosa de dos isótopos no radiactivos, con orificios muy pequeños, a través de los cuales puede producirse efusión de moléculas. Al cabo de un cierto tiempo:**

**1. Aumentará siempre la concentración del isótopo más ligero.** **2. La proporción de ambos isótopos será constante.**

**3. A bajas temperaturas, aumentará la concentración del isótopo más ligero.**

ANULADA

**4. A altas temperaturas, aumentará la concentración del isótopo más ligero.**

**5. Aumentará siempre la concentración del isótopo más pesado.**

Ni idea.

**80. Un gas ideal está contenido en un cilindro con condiciones iniciales $P_1$, $V_1$ y $T_1$. Se expande lentamente a temperatura constante mediante un pistón hasta las condiciones finales $P_2$, $V_2$ y $T_1$ donde $V_2=3V_1$. Encontrar el cambio de entropía por el gas. (Masa del gas 1.5g y masa molar M=28 kg/ kMol):**

**1. 1.37 J/K.** **2. 2.44 J/ K.** **3. 0.96 J/ K.** **4. 0.49 J/ K.** **5. 5.23 J/ K.**

Vemos que en ambos estados tenemos $T_1$ así que es isoterma.

$$\left.\begin{aligned} \Delta s &= nR\ln\frac{V_2}{V_1} \\ n &= \frac{m}{M} = \frac{1,5}{28} \\ V_2 = 3V_1 &\rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 3 \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta S = 0,489\, J/K$$

**81. Un sistema realiza un ciclo reversible intercambiando calor con tres focos de temperaturas 0ºC, 100ºC y 200ºC respectivamente. Al primero le cede 1000 J por ciclo, y al segundo 2000 J por ciclo. ¿Cuál será el intercambio de calor con el tercer foco?:**

**1. 4267 J.** **2. 803 J.** **3. -2536 J.** **4. -803 J.** **5. 2536 J.**

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0 \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0 \rightarrow \frac{1000}{273,15} + \frac{2000}{373,15} + \frac{Q_3}{473,15} = 0 \rightarrow Q = -4268,176\, J.$$

**82. Considere los potenciales termodinámicos *U* (energía interna), *S* (entropía), *H* (entalpía), *F* (energía libre de Helmholtz) y *G* (entalpía libre de Gibbs). ¿Cuáles de ellos tienen como variable canónica o natural la presión *p* en un sistema mecánico-expansivo?:**

**1. *U, S.*** **2. *H, G.*** **3. *S, F.*** **4. *H, U.*** **5. *F, G.***

T: Todas. P: H y G. V: U, S y F.

**83. La ecuación de estado de un gas real se puede describir mediante: $p = \frac{RT}{V-B} - \frac{a}{V^2}$ donde *p*, *V* y *T* son presión, volumen y temperatura, respectivamente, *a* y *b* constantes características del gas, y *R* la constante universal de los gases. Determine el valor del llamado coeficiente de Joule-Thomson del gas $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$:**

**1. $p$** **2. $\frac{R}{V-B}$** **3. $\frac{RT}{V-B}$** **4. $\frac{a}{V^2}$** **5. $p\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$**

A partir de la expresión dU = TdS - pdV se obtienen dos ecuaciones:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P \quad \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T$$

Ahora dU se puede expresar en función de la entropía S y el volumen V:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV$$

Ahora teniendo en cuenta la relación de Maxwell:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

Sustituyendo las dos ecuaciones primeras y la ecuación de Maxwell en la ecuación del coeficiente que te dan:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_P - p = T\frac{R}{V-B} - \frac{RT}{V-B} + \frac{a}{v^2} \rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{v^2}$$

**84. Si la energía interna por mol de un gas de Van Der Waals viene dado por u=cT-a/V (a constante de la ecuación de estado, c constante, V volumen molar) calcula la capacidad calorífica molar $C_p$.:**

**1.** $C_p = c - \frac{R}{1-\frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}}$ **2.** $C_p = c$ **3.** $C_p = c + \frac{R}{1-\frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}}$ **4.** $C_p = -c$ **5.** $C_p = c + \frac{4R}{1-\frac{2a(V-b)^2}{RTV^3}}$

$$c_p = \frac{\partial U}{\partial T} = c$$

**85. La energía de cuerpo negro total radiada por una cavidad de volumen V a una temperatura T se puede expresar como $U=aVT^4$, donde a=4σ/c es una constante. Obtener la expresión de la entropía S, en términos de T, V y a:**

**1. $S=4aT^3V$ 2. $S=(3aT^2V)/4$ 3. $S=(4aT^2V)/3$ 4. $S=(4aT^3V)/3$ 5. $S=(4aT^3)/3$**

$$dU = TdS - pdV \rightarrow TdS = dU + pdV \rightarrow dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T}dV$$

$$\left.\begin{array}{l} Cuerpo\ radia\ energía \rightarrow V = cte \rightarrow dV = 0 \rightarrow dS = \frac{dU}{T} \\ U = aVT^4 \rightarrow \frac{dU}{dt} = 4aVT^3 \rightarrow dU = 4aVT^3dT \end{array}\right\} \rightarrow dS = \frac{4aVT^3}{T}dT = 4aVT^2dT \rightarrow S = \frac{4aVT^3}{3} \rightarrow s = \frac{4}{3}aVT^3$$

**86. La ley de Stefan-Boltzmann establece que:**

**1. El calor transmitido Q por radiación entre un cuerpo negro y su entorno es proporcional a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo T y las paredes $T_w$.**

**2. El calor transmitido Q por radiación entre un cuerpo negro y su entorno es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura del cuerpo negro, $T^4$.**

**3. La velocidad de transferencia de calor dQ/dt entre un cuerpo negro y su entorno es proporcional a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo T y las paredes $T_w$.**

**4. La emitancia radiante $R_B$ para un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura, $T^4$.**

**5. La emitancia radiante $R_B$ entre un cuerpo negro y su entorno es proporcional a la cuarta potencia de la diferencia de temperaturas, $(T-T_w)^4$.**

$$R_B = \sigma T^4$$

**87. Indicar el trabajo realizado por un gas ideal al expandirse isotérmicamente desde 3 litros a $2.02\times10^6$ N/m$^2$ de presión hasta un volumen final de 24 litros:**

**1. 12.6 J. 2. 126 J. 3. 12.6 kJ. 4. 126 kJ. 5. 1.26 J.**

$$\left.\begin{array}{l} W_{isoterma} = nRT\ln\frac{V_2}{V_1} = P_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1} \\ V_1 = 3L = 3\cdot10^{-3}m^3 \quad 2{,}02\cdot10^6N/m^2 \quad V_2 = 24L \end{array}\right\} \rightarrow W = 12{,}601\cdot10^3J = 12{,}601\ kJ.$$

**88. Un depósito cerrado contiene 643 moles de gas nitrógeno a una presión de 4.5 atm. Indicar el número de moles de gas hidrógeno a 3.5 atm, que contendría el mismo depósito a la misma temperatura:**

**1. 5000 2. 500 3. 50 4. 5 5. 0.5**

Mismo depósito → Mismo volumen.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2} \rightarrow \frac{4{,}5}{643} = \frac{3{,}5}{n_2} \rightarrow n_2 = 500{,}11\ moles.$$

**89. Considerando que en una cámara de ionización abierta al aire, el gas contenido en ella se comporta como ideal, indicar la AFIRMACIÓN INCORRECTA respecto de la masa de aire, m, a diferentes condiciones atmosféricas de presión P, temperatura T, y volumen V; ($m_1$: masa a $P_1$, $T_1$, $V_1$) y ($m_2$: masa a $P_2$, $T_2$, $V_2$):**

**1. $m_2>m_1$ si $T_1>T_2$ y $P_2=P_1$.**
**2. $m_2>m_1$ si $T_1>T_2$ y $P_2>P_1$.**
**3. $m_2>m_1$ si $T_1=T_2$ y $P_2>P_1$.**
**4. $m_2<m_1$ si $T_1<T_2$ y $P_2=P_1$.**
**5. $m_2=m_1$ si $T_1=T_2$ y $P_2<P_1$.**

Se entiende que $V_1=V_2$ ya que el volumen es el volumen de la cámara y ese no varía.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2}{n_2 T_2} \rightarrow \frac{P_1}{m_1 T_1} = \frac{P_2}{m_2 T_2}$$

Si $T_1=T_2$ y $P_2 > P_1 \rightarrow m_2 > m_1 \rightarrow$ 3 cierta.

Si $T_1=T_2$ y $P_2 < P_1 \rightarrow m_2 < m_1 \rightarrow$ 5 FALSA.

Si $P_1=P_2$ y $T_1 > T_2 \rightarrow m_2 > m_1 \rightarrow$ 1 cierta.

Si $P_1=P_2$ y $T_1 < T_2 \rightarrow m_2 < m_1 \rightarrow$ 1 cierta.

Falta por ver que la 2 es cierta:

$$\left.\begin{aligned} T_1 > T_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} > 1 \\ P_2 > P_1 \rightarrow \frac{P_2}{P_1} > 1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = (>1) \cdot (>1) > 1 \rightarrow m_2 > m_1 \rightarrow 2\ correcta.$$

**90. En un sistema en el que ocurre una compresión adiabática cuasiestática de un gas ideal se cumple que: (T y P son la temperatura y presión del gas y $\gamma=C_p/C_v$ es el cociente de las capacidades caloríficas):**

**1. $T^{\gamma} \cdot P$=constante.**
**2. $VP^{\gamma}$=constante.**
**3. $TV^{\gamma}$=constante.**
**4. $T^{\gamma}/P^{\gamma-1}$=constante.**
**5. Hay una transmisión neta de calor desde el exterior hacia el sistema.**

1) FALSA. $T^{\gamma} \cdot P^{1-\gamma}$=constante.

2) FALSA. $PV^{\gamma}$=constante.

3) FALSA. $TV^{\gamma-1}$=constante

4) VERDADERA. $T^{\gamma} \cdot P^{1-\gamma}$=constante→ $T^{\gamma}/P^{(1-\gamma)}$=constante → $T^{\gamma}/P^{\gamma-1}$=constante.

5) FALSA. $\Delta Q = 0$

**91. Sea $K_B$ la constante de Boltzmann y $N_A$ el número de Avogadro. Si se afirma que un sólido satisface (aproximadamente) la ley de Dulong y Petit debe entenderse que su calor específico molar a volumen constante es aproximadamente igual a:**

**1. 3 $k_B$ $N_A$**
**2. 3 $k_B$ $N_A T$**
**3. (3/2) $k_B$ $N_A$**
**4. (1/2) $k_B$ $N_A$**
**5. (3/2) $k_B$ $N_A T$**

$C_v = 3nR \rightarrow C_{vmolar} = 3R = 3N_A K$.

**92. ¿Cuál de estas relaciones termodinámicas es cierta?:**

**1.** $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$
**2.** $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$
**3.** $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$
**4.** $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V$
**5.** $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$

$$dU = TdS - PdV \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \rightarrow \frac{d^2U}{dVdS} = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S \\ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P \rightarrow \frac{d^2U}{dSdV} = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \end{cases}$$

Si igualamos estas ecuaciones: $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$

**93. La energía media por molécula de un gas ideal, cuando disminuye el volumen debido a un trabajo sobre el gas, manteniendo la temperatura constante:**

**1. Aumenta.**
**2. Disminuye.**
**3. No varía.**

**4. Depende de que el gas sea monoatómico o poliatómico.** **5. Depende del elemento en cuestión.**

$$E_{media} = \frac{3}{2} k_B T$$

donde vemos que la energía sólo depende de la temperatura y no de γ (4 Falsa) ni del número atómico del gas (5 falsa). Como dice el enunciado que la temperatura es constante, la energía no varía así que la 3 es cierta.

**94. Los submarinos utilizan para comunicarse entre ellos el sonar, que emplea ondas sonoras en vez del radar, que emplea ondas electromagnéticas. La razón de que no se emplee el radar es:**

**1. La velocidad de la luz es demasiado elevada y es preferible utilizar la velocidad del sonido.**

**2. Las ondas electromagnéticas salen del agua y se propagan también en el aire, con lo que sería interceptados en tierra.**

**3. Las ondas sonoras se amortiguan más rápidamente que las electromagnéticas con la distancia y de esta forma no pueden ser interceptados en tierra.**

**4. Las ondas electromagnéticas se amortiguan demasiado en el agua y habría que utilizar radares de potencias muy elevadas, por lo que no es posible su uso.**

**5. Solamente una cuestión de precio, pues aunque la amortiguación de ondas electromagnéticas y sonoras es similar, los sonares son mucho más baratos.**

Otro dato a saber.

**95. En un circuito de corriente alterna con una inductancia L, la corriente a través del inductor se atrasa con respecto al voltaje:**

**1. 30º.** **2. 45º.** **3. 60º.** **4. 90º.** **5. 180º.**

Circuito R: I y V en fase. Circuito L: I retrasa 90º con respecto a V. Circuito C: I adelanta 90º con respecto a V.

**96. La capacidad de una esfera cargada aislada de radio R es ($\varepsilon_0$ es la permitividad eléctrica del vacío):**

**1. $4\pi\varepsilon_0/R$.** **2. $R/(4\pi\varepsilon_0)$.** **3. $1/(4\pi\varepsilon_0 R)$.** **4. $4\pi\varepsilon_0 R$.** **5. 0.**

$$\left.\begin{array}{c} C = \dfrac{Q}{V} \\ \left.\begin{array}{c} V = \dfrac{E}{d} \\ E = K \cdot \dfrac{Q}{d^2} \end{array}\right\} \rightarrow V = k \cdot \dfrac{Q}{d} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d} \end{array}\right\} \rightarrow C = \frac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d}} = 4\pi\varepsilon_0 \cdot d = 4\pi\varepsilon_0 \cdot R$$

**97. Se dispone de una bobina cuadrada de 12 mm de lado y 1200 vueltas, inmersa en el seno de un campo magnético uniforme de 1.2T. Se hace circular una corriente de 150 mA por la bobina. Calcular el valor máximo del momento de fuerza (N·m) sobre este dipolo:**

**1. $2.6\cdot10^{-2}$.** **2. $5.2\cdot10^{-2}$.** **3. $3.2\cdot10^{-2}$.** **4. $1.6\cdot10^{-2}$.** **5. $2.2\cdot10^{-2}$.**

$$\left.\begin{array}{c} F = NIBl \\ \tau = F \cdot l \end{array}\right\} \rightarrow \tau = NIBl^2 = 1200 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}2 \cdot (12 \cdot 10^{-3})^2 = 3{,}1104 \cdot 10^{-2} N \cdot m$$

**98. Sean dos cargas puntuales (q=e) unidas por una línea de longitud 2L rotando con velocidad angular constante w/2 respecto al centro de la línea y en torno a un eje perpendicular a ésta. El módulo del momento dipolar magnético del sistema es:**

**1. $m = \frac{1}{2} e\omega L$** **2. $m = e\omega L^2$** **3. $m = \frac{1}{4} e\omega L^2$** **4. $m = \frac{1}{2} e\omega L^2$** **5. $m = \frac{1}{2} e^2\omega L^2$**

$$\left.\begin{array}{c} m = I \cdot A \\ I = \dfrac{Q}{t} = Q \cdot f = \dfrac{Q\omega}{2\pi} \\ A = \pi r^2 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} m = \dfrac{1}{2} \cdot q \cdot \omega \cdot r^2 \\ \text{2L} = \text{ distancia entre cargas } = \text{ diámetro } \rightarrow \text{ r} = \text{L.} \\ \omega \rightarrow \omega/2. \quad \text{q} = 2\text{e} \end{array}\right\} \rightarrow m = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \omega \cdot L^2$$

**99. Una descarga de plasma neutra de alta corriente es impactada por un haz débil de antiprotones. Calcula la distribución de campo magnético producida por una descarga de corriente I, asumiendo que sea un cilindro con densidad de carga uniforme y de radio R:**

**1.** $\boldsymbol{B(r) = \frac{\mu_0 IR}{\pi R^2}}$ **2.** $\boxed{\boldsymbol{B(r) = \frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}}}$ **3.** $\boldsymbol{B(r) = \frac{\mu_0 IR}{4\pi R^2}}$ **4.** $\boldsymbol{B(r) = \frac{\mu_0 R}{2\pi R^2}}$ **5.** $\boldsymbol{B(r) = \frac{\mu_0 IR}{2R^2}}$

$$\left.\begin{array}{c} \int B \cdot dl = \mu_0 \cdot I_p \to B = \dfrac{\mu_0 I_p}{l} \to B = \dfrac{\mu_0 I_p}{2\pi r} \\ \left.\begin{array}{l} \rho = \dfrac{Q_{total}}{\pi R^2 \cdot L} \\ \rho = \dfrac{Q_{parcial}}{\pi r^2 \cdot L} \end{array}\right\} \to 1 = \dfrac{r^2}{R^2} \cdot \dfrac{Q_T}{Q_P} \to \dfrac{Q_P}{Q_T} = \dfrac{r^2}{R^2} \to \dfrac{I_p/t}{I_T/t} = \dfrac{r^2}{R^2} \to I_p = I_t \cdot \dfrac{r^2}{R^2} \end{array}\right\} \to B = \frac{\mu_0 \cdot I_T \cdot \frac{r^2}{R^2}}{2\pi r} \to B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2\pi R^2}$$

**100. En la presencia de un campo magnético uniforme y estático H, un medio se magnetiza. Dicha magnetización puede acoplarse auto consistentemente a un campo electromagnético creado en el medio. En este contexto, la ecuación que rige el comportamiento de la magnetización con el tiempo es:**

**1.** $\boldsymbol{M(t) = \frac{\mu(\omega)-1}{8\pi} H(t)}$ **2.** $\boldsymbol{M(t) = \frac{\mu(\omega)-2}{2\pi} H(t)}$ **3.** $\boldsymbol{M(t) = \frac{\mu(\omega)-1}{4\pi} H^2(t)}$ **4.** $\boxed{\boldsymbol{M(t) = \frac{\mu(\omega)-1}{4\pi} H(t)}}$ **5.** $\boldsymbol{M(t) = \frac{\mu(\omega)-1}{4} H(t)}$

Sistema electromagnético de Gauss:

$$\left\{\begin{array}{c} H = B - 4\pi M \\ B = \mu H \end{array}\right\} \to H = \mu H - 4\pi M \to M = \frac{\mu - 1}{4\pi} \cdot H$$

Igualmente:

$$\left.\begin{array}{c} E = D - 4\pi P \\ D = \varepsilon E \end{array}\right\} \to 4\pi P = (\varepsilon - 1)D \to P = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \cdot P$$

**101. En un acelerador de protones usado en la física experimental de partículas, las trayectorias de los protones están controladas por imanes de desviación que producen un campo magnético de 6.6 T. ¿Cuál es la densidad de energía en este campo en el vacío entre los polos de un imán como el descrito? (Dato: permeabilidad magnética del vacío: 4π $10^{-7}$ T·m/A):**

**1. 1.73 $10^{14}$ erg/m$^3$.** (marcada) **2. 1.73 TeV/cm$^3$.** **3. 2.62 $10^6$ J/m$^3$.** **4. 1.73 $10^6$ J/dm$^3$.** **5. 2.62 TeV/mm$^3$.**

$$\mu_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{6{,}6^2}{2\mu_0} = 1{,}733 \cdot 10^7 J/m^3 \qquad 1{,}733 \cdot 10^7 \frac{J}{m^3} \cdot \frac{10^7 erg}{1J} = 1{,}733 \cdot 10^{14} erg/m^3 = Respuesta\ 1$$

**102. Se tiene un condensador cilíndrico A que tiene una longitud de 20 cm y sus radios interno y externo son 20 y 50 mm respectivamente y un condensador cilíndrico B con longitud triple que la del A y con radios interno y externo 0.7 y 1.5 pulgadas respectivamente. ¿Cuál es el valor de la relación entre la capacidad del condensador A y B? (1 pulgada = 2.54 cm):**

**1. 0.28.** (marcada) **2. 3.15.** **3. 0.22.** **4. 3.61.** **5. 0.32.**

$$\left.\begin{array}{c} C_A = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l_A}{\ln\left(\frac{50}{25}\right)} \\ C_A = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 \cdot (3l_A)}{\ln\left(\frac{1{,}5}{0{,}7}\right)} \end{array}\right\} \to \frac{C_A}{C_B} = \frac{\ln\left(\frac{1{,}5}{0{,}7}\right)}{3 \cdot \ln\left(\frac{50}{25}\right)} = 0{,}277$$

**103. Un condensador de 4µF se carga a 24V y luego se conecta a una resistencia de 200Ω. Determinar la carga que posee el condensador después de 4ms.:**

**1. 0.523 µC.** **2. 14248 µC.** **3. 78.59 µC.** **4. 0.647 µC.** (marcada) **5. 69.53 µC.**

$$\left.\begin{array}{c} C = \dfrac{Q}{V} \to Q = C \cdot V = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 24 \to Q_0 = 96\mu C \\ \tau = R \cdot C = 200 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \to \tau = 8 \cdot 10^{-4} s \\ t = 4\ ms = 4 \cdot 10^{-3} s \\ Q = Q_0 e^{-t/\tau} \end{array}\right\} \to Q = 0{,}6468\mu C$$

**104. La ley de Biot-Savart determina el campo magnético B que una corriente cerrada de intensidad I crea en un punto. Este campo magnético es proporcional a:**

**1. $I^2$** **2. $(2/3)\cdot I^2$** **3. I** **4. $I^{-1}$** **5. $(2/3)\cdot I^{-2}$**

$$\int B dl = \mu_o I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{l} \rightarrow B \propto I$$

**105. En electromagnetismo, los conductores se caracterizan por un tiempo de relajación tc. ¿Qué relación tiene tc con la conductividad del medio σ?:**

**1. $t_c$ aumenta linealmente con σ.** **2. $t_c$ se relaciona exponencialmente con σ.** **3. $t_c$ es independiente de σ.**

**4. $t_c$ es inversamente proporcional a σ.** **5. La relación es cuadrática.**

El tiempo de relajación de un conductor se define por:

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

con ε = permitividad eléctrica y σ = conductividad.

**106. Se tiene un material ferromagnético de volumen V en el núcleo de un transformador y se conoce su ciclo de histéresis B-H, cuyos extremos tiene los valores $B_{max}$, $H_{max}$. ¿Cuál es la energía que se pierde en forma de calor en cada ciclo, debida a la histéresis?:**

**1. La integral de (B H) dV.** **2. El producto B H V.** **3. ($B_{max}$ $H_{max}$/2) V.**

**4. La integral de (B H) dt.** **5. El área del ciclo por V.**

Más teoría.

**107. Disponemos de un condensador plano-paralelo en el vacío con placas separadas una distancia d y cargadas con cargas iguales y de signo contrario. Si el condensador no está conectado a ninguna batería y su energía inicial es E, ¿cuál es la energía final E’ del condensador si separamos las placas hasta una distancia 2d?:**

**1. E’=E** **2. E’=E/2** **3. E’=2E** **4. E’=4E** **5. E’=1.5E**

$$\left.\begin{array}{c} C = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{A}{d} \\ \left.\begin{array}{c} E = \dfrac{1}{2} C V^2 \\ V = \dfrac{Q}{C} \end{array}\right\} \rightarrow E = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{Q^2}{C} \end{array}\right\} \rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{Q^2 \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot A} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1^2 \cdot d_1}{Q_2^2 \cdot d_2}$$

El condensador no está conectado a ninguna batería $Q_1=Q_2$. Por otro lado $d_2=2d_1$. Por ello:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1^2 \cdot d_1}{Q_2^2 \cdot d_2} = \frac{Q_1^2 \cdot d_1}{Q_1^2 \cdot (2d_1)} = \frac{1}{2} \rightarrow E_2 = 2E_1$$

**108. La anchura de resonancia Δf de la curva de resonancia de un circuito LCR con un generador ideal variable con inductancia L=2 H, capacidad C=2 μF, y resistencia R=20 Ω es de:**

**1. 0.8 Hz.** **2. 1.6 Hz.** **3. 3.2 Hz.** **4. 6.4 Hz.** **5. 5.2 Hz.**

$$\left.\begin{array}{c} Q = \dfrac{\omega_0 L}{R} = \dfrac{f_0}{\Delta f} \rightarrow \Delta f = \dfrac{f_0 \cdot R}{\omega_0 L} \\ \omega_0 = 2\pi \cdot f_0 \end{array}\right\} \rightarrow \Delta f = \frac{f_0 \cdot R}{2\pi \cdot f_0 \cdot L} = \frac{R}{2\pi \cdot L} = \frac{20}{2\pi \cdot 2} = 1{,}5915\ Hz.$$

**109. Una bobina almacena energía magnética en función de la corriente I que circule y su coeficiente de autoinducción L. ¿Qué expresión tiene la energía magnética U almacenada?:**

**1. U=LI** **2. U=LI/2** **3. U=L/(2I)** **4. $U=L/(2I^2)$** **5. $U=LI^2/2$**

$$E_{autoinducci\ \acute{o}n} = \frac{1}{2} L I^2 \qquad E_{condens\ ador} = \frac{1}{2} C V^2$$

**110. El voltaje del secundario de un transformador ideal Vs es 10 veces mayor que el voltaje aplicado al principio $V_p$($V_s$=10x$V_p$). ¿Qué valor tendrá la intensidad que circula en el secundario I, en relación a la del primario $I_p$?:**

1. Depende de la impedancia que se conecte. 2. $I_s=10xI_p$ 3. $\boxed{I_s=I_p/10}$ 4. $I_s=100xI_p$ 5. $I_s=I_p/100$

$$\frac{V_s}{V_p}=\frac{I_p}{I_s}\rightarrow\frac{10V_p}{V_p}=\frac{I_p}{I_s}\rightarrow I_s=\frac{I_p}{10}$$

**111. En un ciclotrón de radio R, la energía cinética máxima de una partícula cargada de masa m y carga q (el campo magnético perpendicular al ciclotrón es B) será:**

**1.** $qB^2R^2/(2m)$. **2.** $q^2BR^2/(2m2)$. **3.** $q^2B^2R/(2m)$. **4.** $\boxed{q^2B^2R^2/(2m)}$. **5.** $q^2B^2R^2/(2m^2)$.

$$B=\frac{v\cdot m}{r\cdot q}\rightarrow v=\frac{B\cdot r\cdot q}{m}$$

$$E=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\frac{B^2\cdot r^2\cdot q^2}{m^2}\rightarrow E=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2\cdot r^2\cdot q^2}{m}$$

**112. Sea un solenoide de longitud l, radio ρ (ρ<<l) y N espìras en un circuito. La resistencia del circuito es R. ¿Cuál es la autoinducción del solenoide?:**

**1.** $\boxed{L=\frac{\pi\mu_0N^2\rho^2}{l}}$ **2.** $L=\frac{\mu_0N^2\rho^2}{l}$ **3.** $L=\frac{\pi N^2\rho}{l}$ **4.** $L=\frac{\pi\mu_0\rho^2}{l}$ **5.** $L=\frac{\pi\mu_0N\rho}{l}$

$$\left.\begin{aligned}L_{solenoide}&=\frac{\mu_0\cdot N^2\cdot A}{l}\\ A=A_{espiras}&=\pi\cdot\rho^2\end{aligned}\right\}\rightarrow L_{solenoide}=\frac{\mu_0\cdot N^2\cdot\pi\cdot\rho^2}{l}$$

**113. ¿Cuál es la fuerza repulsiva que sufre un electrón a una distancia r de una columna de electrones cilíndrica con densidad de carga uniforme $\rho_0$ y radio a. (r<a):**

**1.** $\boxed{F=\frac{e\rho_0r}{2\varepsilon_0}}$ **2.** $F=\frac{\rho_0r}{2\varepsilon_0}$ **3.** $F=\frac{e\rho_0r}{\varepsilon_0}$ **4.** $F=\frac{\rho_0r}{\varepsilon_0}$ **5.** $F=\frac{e}{2\varepsilon_0}$

$$F=e\cdot E_{cilindro}$$

Por la ley de Gauss, tengo en los apuntes que:

$$E_{interior\ .cilindro}=\frac{\rho_0\cdot r}{2\varepsilon_0}$$

En el interior del cilindro porque nos lo piden en r < a. Por tanto:

$$F(r)=\frac{e\cdot\rho_0\cdot r}{2\varepsilon_0}$$

**114. Un condensador relleno de aire está compuesto por dos cilindros concéntricos de metal de radios $R_2$ y $R_1$. El cilindro exterior ($R_1$) tiene un radio de 1 cm. $E_b$ es la intensidad de campo para la cual se produce ruptura dieléctrica. La relación entre el radio del cilindro interno ($R_2$) y la mayor diferencia de potencial para que NO se produzca ruptura dieléctrica $V_{MAX}$ viene dada por:**

**1.** $\boxed{V_{MAX}=\frac{R_2}{e}E_b}$ **2.** $V_{MAX}=\frac{R_2}{e}$ **3.** $V_{MAX}=\frac{1}{e}E_b$ **4.** $V_{MAX}=\frac{4R_2}{e}E_b$ **5.** $V_{MAX}=\frac{8R_2}{e}E_b$

En realidad si hacemos las cuentas, muy largas, sale la 3, así que ni merece la pena hacerlo ni sale.

**115. La resistencia eléctrica de un conductor cilíndrico de resistividad ρ, longitud L y radio r es R. Si la resistividad aumenta en un 50%, la longitud se triplica y el radio se reduce a la mitad, la resistencia es:**

**1.** $\boxed{18\cdot R}$ **2.** $16\cdot R$ **3.** $36\cdot R$ **4.** $9\cdot R$ **5.** $32\cdot R$

$$\left.\begin{aligned}R=\rho\cdot\frac{L}{A}=\rho\cdot\frac{L}{\pi r^2}&\rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\cdot\frac{L_2}{L_1}\cdot\frac{r_1^2}{r_2^2}\\ \rho_2=\rho_1+50\%=1{,}5\rho_1&\rightarrow\frac{\rho_2}{\rho_1}=1{,}5\\ L_2=3L_1&\rightarrow\frac{L_2}{L_1}=3\\ r_2=\frac{r_1}{2}&\rightarrow\frac{r_1^2}{r_2^2}=2^2=4\end{aligned}\right\}\rightarrow\frac{R_2}{R_1}=1{,}5\cdot 3\cdot 4=18\rightarrow R_2=18R_1$$

**116. ¿Con qué unidades se expresa el magnetón de Bohr en el Sistema Internacional (SI) de Unidades? ($\mu_B$=9.274x10$^{-24}$ …):**

**1. J·T$^{-1}$** | **2. J·K$^{-1}$** | **3. J·s** | **4. J·A$^{-1}$** | **5. J.m$^{-2}$·kg$^{-2}$**

$$\mu_B = \frac{\hbar \cdot e}{2m_e} \rightarrow [\mu_B] = \frac{J \cdot s \cdot C}{kg}$$

Como J tienen todas las soluciones, veamos con qué coincide el resto de la ecuación:

$$\frac{s \cdot C}{kg} = \frac{A \cdot s^2}{kg}$$

Que es combinación de unidades fundamentales y no coincide ni con la 2, ni la 3, ni la 4 ni la 5, que también son combinaciones de unidades fundamentales (me refiero a lo que no es J que está quitado)

Sólo puede ser la 1, veamos si lo es:

$$F = I \cdot B \cdot l \rightarrow B = \frac{F}{I \cdot l} \rightarrow [B] = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg \cdot m/s^2}{A \cdot m} = \frac{kg}{A \cdot s^2} = T \rightarrow T^{-1} = \frac{A \cdot s^2}{kg}$$

que vemos que sí que es la 1.

**117. Para una guía de ondas de sección rectangular el modo de propagación más usado (dominante) es:**

**1. TE$_{10}$** | **2. TE$_{11}$** | **3. TM$_{11}$** | **4. TM$_{12}$** | **5. TM$_{21}$**

Vale.

**118. Mediante una cámara de ionización abierta al aire realizamos una medida ideal de 20.0 nC en condiciones normales (760 mmHg y 20ºC). Si, manteniendo el resto de condiciones constantes, la presión cambia hasta 700 mmHg y la temperatura hasta 24ºC, ¿cuál será la carga recolectada por la cámara en una nueva medida ideal?:**

**1. 18.2 nC** | **2. 20.0 nC** | **3. 18.9 nC** | **4. 19.2 nC** | **5. 21.2 nC**

$$\left.\begin{array}{l} PV = nRT \rightarrow \frac{P}{nT} = \frac{R}{V} \rightarrow \frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2}{n_2 T_2} \\ n = q \cdot \frac{1e^-}{1{,}6 \cdot 10^{-18} C} \cdot \frac{1mol}{N_A\, e^-} \rightarrow n = constante \cdot q \end{array}\right\} \rightarrow \frac{P_1}{q_1 T_1} = \frac{P_2}{q_2 T_2} \rightarrow \frac{760}{20 \cdot 293} = \frac{700}{q_2 \cdot 297} \rightarrow q_2 = 18{,}173\ nC$$

**119. Una espira circular de radio 2 cm posee 10 vueltas de hilo conductor y transporta una corriente de 3A. El eje de la espira forma un ángulo de 30º con un campo magnético de 0.8T. Determinar el módulo del momento que actúa sobre la espira:**

ANULADA

**1. 2.63x10$^{-2}$ A·m$^2$·T.** | **2. 2.63x10$^{4}$ A·m$^2$·T.** | **3. 2.63x10$^{-2}$ N·m.** | **4. 1.51x10$^{-2}$ A·m$^2$·T.** | **5. 1.51x10$^{-2}$ N·m.**

$$M = N \cdot I \cdot S \times B = N \cdot I \cdot S \cdot B \cdot \sin\theta = 10 \cdot 3 \cdot \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}8 \cdot \sin 30 = 1{,}51 \cdot 10^{-2}$$

que puede ser la 4 ó la 5.

Según la fórmula utilizada:

$$[M] = \emptyset \cdot A \cdot m^2 \cdot T = A \cdot m^2 \cdot T$$

que es la respuesta 4 pero

$$B = \frac{F}{I \cdot l} \rightarrow T = \frac{N}{A \cdot m} \rightarrow [M] = A \cdot m^2 \cdot \frac{N}{A \cdot m} = N \cdot m$$

que es la respuesta 5. Como hay dos respuestas correctas, se anuló.

**120. Una emisora de radio emite ondas EM. En un punto cercano el campo eléctrico tiene un valor de 5·10$^{-3}$V/m. ¿Cuál es el valor máximo del campo magnético?:**

**1. 5x10$^{-3}$T** | **2. 1.67x10$^{-11}$T** | **3. 3.34x10$^{-9}$T** | **4. 1.67x10$^{-9}$T** | **5. 3.34x10$^{-11}$T**

$$E = c \cdot B \rightarrow B = \frac{E}{c} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^8} = 1{,}667 \cdot 10^{-11} T$$

**121. Los espectrómetros de masas separan iones cargados de distinta masa y velocidad mediante su diferente radio de curvatura en un campo magnético. ¿Cuál es el campo magnético necesario para que un ión de $O^{2+}$ (masa 32 uma) describa una trayectoria circular de 10 cm de radio si su velocidad es $10^4$ cm/s? (1 uma=$1.66x10^{-27}$kg, e=$1.602x10^{-19}$C):**

**1. 3.3 T.** **2. 3.3 G.** **3. 0.166 T.** **4. $3.3X10^{-2}$ T.** **5. 3.3 T m.**

$$B = \frac{v \cdot m}{r \cdot q} = \frac{(10^4 \cdot 10^{-2}) \cdot (32umas \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} kg/uma)}{(10 \cdot 10^{-2}) \cdot e} = 3{,}315 \cdot 10^{-4} T = 3{,}315 G$$

**122. Una superficie de 1 $cm^2$ de membrana celular tiene una capacidad de 700 nF. Si la diferencia de potencial a través de la membrana celular es de 0.1 V ¿Cuál es la energía almacenada en 1 $cm^2$ de membrana?:**

**1. $3.5x10^{-8}$ J.** **2. $3.5x10^{-9}$ J.** **3. $24.5x10^{-15}$ J.** **4. $24.5x10^{-16}$ J.** **5. $7x10^{-8}$ J.**

$$E = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}1^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-9} J.$$

**123. Los impulsos eléctricos nerviosos se propagan a lo largo de los axones de las neuronas, que actúan como cables. Si la resistencia de un axón de 1 cm de longitud y 4 µm de radio vale $10^8 \Omega$, la resistencia de un axón de 2 µm de radio y 2 cm de longitud vale aproximadamente:**

**1. $10^8 \Omega$.** **2. $2x10^8 \Omega$.** **3. $4x10^8 \Omega$.** **4. $5x10^7 \Omega$.** **5. $8x10^8 \Omega$.**

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \rightarrow \frac{R_2}{10^8} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{(4 \cdot 10^{-6})^2} \rightarrow R_2 = 8 \cdot 10^8 \Omega$$

**124. Una esfera de radio r está a potencial V y se sumerge en un medio conductor de conductividad σ. Calcular la corriente que fluye desde la esfera hacia el exterior:**

**1. I=πσrV** **2. I=(π/2)σrV** **3. I=4πσrV** **4. I=2πσrV** **5. I=(4π/3)σrV**

$$\left.\begin{aligned} I &= S \cdot E \cdot \sigma \\ E &= \frac{V}{r} \\ S &= 4\pi r^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow I = 4\pi r^2 \cdot \frac{V}{r} \sigma = 4\pi\sigma \cdot r \cdot V$$

**125. Un cable coaxial relleno de aire, tiene diámetros interno y externo 0.5 cm y 1.5 cm respectivamente. Cuando el conductor interno está a un potencial de +8000 V con respecto al conductor externo (conectado a masa), ¿cuál es la carga por metro en el conductor interno?**

**1. $5.7x10^{-8}$C/m** **2. $1.15x10^{-4}$C/m** **3. $8.62x10^{-4}$C/m** **4. $3.1x10^{-5}$C/m** **5. $4.05x10^{-7}$C/m**

$$Q = V \cdot C = V \cdot \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = 8000 \cdot \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{1{,}5}{0{,}5}\right)} = 4{,}05 \cdot 10^{-7} \cdot l \rightarrow \frac{Q}{l} = 4{,}05 \cdot 10^{-7} C/m$$

**126. Un condensador de 10 microfaradios se conecta a una fuente de corriente constante de 50 mA. Después de 10 ms, la tensión entre bornes del condensador es:**

**1. 50 mV.** **2. 50 V.** **3. 5000 V.** **4. 500 mV.** **5. 5 mV.**

Condensador + corriente constante → V=0 → Debería estar anulada.

Condensador + corriente variable → $C = \frac{Q}{V} = \frac{I \cdot t}{V} \rightarrow V = \frac{I \cdot t}{C} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 50V.$

**127. Una gota de aceite de 1 micra de diámetro, cuya densidad es de 0.9 g/cm3, se introduce entre dos placas paralelas separadas 5 mm y sometidas a una diferencia de potencial V. Si la carga neta de la gota es de 100 electrones, ¿cuál ha de ser el valor V para que la gota permanezca suspendida entre las placas en el campo gravitatorio terrestre? Datos: carga del electrón $1.9x10^{-19}$ C/electrón:**

**1. 0.144 V.** **2. 1.44 V.** **3. 14.4 V.** **4. 144 V.** **5. 1440 V.**

$$\left.\begin{array}{r} m=\delta\cdot V=\delta\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 \\ \delta=0{,}9\ g/cm^3=900kg/m^3 \\ R=\frac{D}{2}=5\cdot 10^{-7}m \end{array}\right\}\rightarrow m=4{,}71\cdot 10^{-6}kg$$

$$\left.\begin{array}{r} F=q\cdot E=m\cdot g \\ E=\frac{V}{d} \end{array}\right\}\rightarrow q\cdot\frac{V}{d}=m\cdot g\ \rightarrow V=\frac{m\cdot g\cdot d}{q}=\frac{4{,}71\cdot 10^{-6}\cdot 9{,}8\cdot 5\cdot 10^{-3}}{100\cdot e}=1{,}442V$$

**128. Si la corriente que atraviesa una bobina de 1 milihenrio viene dada por la función i (t)=2t amperios, donde t es el tiempo, la tensión en sus bornes es:**

**1. 4t V.** **2. 2 mV.** **3. 0 V.** **4. -4t V.** **5. 4 mV.**

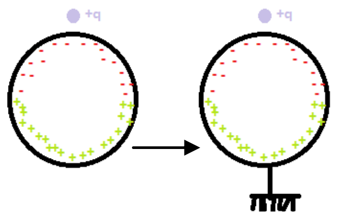
$$\xi=-L\cdot\frac{I}{t}=-10^{-3}\cdot\frac{2t}{t}=-2\cdot 10^{-3}V=-2\ mV$$

**129. Un conductor metálico sin carga se sitúa cerca de una carga positiva. Si a continuación se conecta el conductor a tierra por medio de un cable, transcurrido un tiempo (señálese la correcta):**

**1. El conductor seguirá descargado.** **4. La densidad de carga será constante a largo de la superficie del conductor.**

**2. El conductor habrá adquirido una carga neta positiva.** **5. El conductor habrá adquirido una carga neta negativa.**

**3. El potencial en la superficie del conductor es el mismo antes y después de conectarlo a tierra.**




**130. Los valores del campo electrostático y energía electrostática en un condensador de placas planoparalelas son, respectivamente:**

**1. $\sigma/\varepsilon_0$ y $2.Q^2/C$** **2. $\sigma/(2.\varepsilon_0)$ y $Q^2/(2.C)$** **3. $2.\sigma/\varepsilon_0$ y $Q^2/(2.C)$** **4. $\sigma/\varepsilon_0$ y $Q^2/(2.C)$** **5. $2.\sigma/\varepsilon_0$ y $Q^2/(4.C)$**

$$\left.\begin{array}{r} \int EdS=\frac{Q}{\varepsilon_0}\rightarrow E=\frac{Q}{S\cdot\varepsilon_0} \\ \sigma=\frac{Q}{S} \end{array}\right\}\rightarrow E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\rightarrow respuestas\ 1\ ó\ 4.$$

$$Energía=\frac{1}{2}\cdot C\cdot V^2=\frac{1}{2}\cdot C\cdot\left(\frac{Q}{C}\right)^2=\frac{Q^2}{2C}\rightarrow respuestas\ 2,3\ y\ 4.$$

La única respuesta en común es la 4.

**131. Un condensador de placas paralelas está formado por dos conductores cuadrados de lado 10 cm y separados por 1mm de distancia. ¿Cuál es su capacidad? (permitividad del espacio libre es $\varepsilon_0$ = 8.85 x $10^{-12}$ F/m, constante de Coulomb k= 8.99 x $10^9$ $Nm^2/C^2$):**

**1. 1.06 pF** **2. 88.5x$10^{-3}$** **3. 89.9 pF** **4. 88.5 pF** **5. 7.96 pF**

$$C=\varepsilon_0\cdot\frac{A}{d}=\varepsilon_0\cdot\frac{0{,}1^2}{10^{-3}}=8{,}854\cdot 10^{-11}F=88{,}54\ pF.$$

**132. La susceptibilidad eléctrica del vacío expresado en $C^2/(N\cdot m^2)$ vale:**

**1. 1.** **2. 10.** **3. 1000.** **4. 0.** **5. ∞.**

Aunque la susceptibilidad eléctrica de cualquier medio es adimensional, en el vacío es nula así que da igual qué unidades pongas, la correcta es la 4.

**133. Una partícula de carga eléctrica q y masa m se mueve en una región donde hay un campo eléctrico constante E=(0, E, 0) y un campo magnético constante B=(0, 0, B) ¿Qué relación debe de haber entre ambos para que la partícula siga una trayectoria rectilínea con velocidad v=(v, 0, 0)?:**

**1. No es posible que realice una trayectoria rectilínea ya que existe un campo magnético.**

**$\boxed{\text{2. v=E/B.}}$** **3. v=BxE.** **4. V=B/E.** **5. v=$(B^2+E^2)^{0.5}$.**

$$\left.\begin{array}{c} \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B} = 0 \rightarrow \vec{E} + \vec{v}\times\vec{B} = 0 \\ \vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = -v\cdot B\vec{\jmath} \\ \vec{E} = E\vec{\jmath} \end{array}\right\} \rightarrow E\vec{\jmath} - v\cdot B\vec{\jmath} = 0$$

**134. Supongamos un condensador de placas circulares de radio R. Aplicamos una diferencia de potencial V=V0sen(ωt), siendo d la distancia entre las placas del condensador:**

**1. Entre las placas aparece un campo eléctrico que es siempre igual a E=(V0/d)*sen(ωt).**

**$\boxed{\text{2.A determinadas frecuencias, E en el centro del condensador estará en un sentido y en el borde apuntará en el opuesto.}}$**

**3. A cualquier frecuencia, E en el centro del condensador estará en un sentido y en el borde apuntará en el opuesto.**

**4. El campo eléctrico E entre las placas es siempre igual a 0.** **5. Nunca existe campo magnético entre las placas.**

Ni idea de por qué no es la 1.

**135. Se están estudiando los desdoblamientos de algunos niveles (bien descritos mediante el acoplamiento LS) de ciertos átomos multielectrónicos que se producen cuando estos átomos se someten a un campo magnético exterior débil (efecto Zeeman). A primer orden perturbativo, ¿en cuántos estados (subniveles) es de esperar que se desdoble el nivel 4D1/2?:**

**1. 3.** **2. 2.** **$\boxed{\text{3. 0.}}$** **4. 1.** **5. 4.**

$$\left.\begin{array}{c} {}^{4}D_{1/2} \\ {}^{2s+1}l_j \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 4 = 2s+1 \rightarrow s = \dfrac{3}{2} \\ l = D = 2 \\ j = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow g = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2J(J+1)} \rightarrow g = 0$$

**136. Un átomo puede radiar en cualquier momento después de ser excitado. En un caso típico, se encuentra que la vida promedio de un átomo excitado es de $10^{-8}$s. Es decir, durante ese tiempo emite un fotón y sale de su estado de excitación. ¿Cuál es la incertidumbre mínima en la frecuencia del fotón?:**

**1. $5\cdot10^{10}s^{-1}$** **$\boxed{\text{2. } 8\cdot10^{6}s^{-1}}$** **3. $6.6\cdot10^{4}s^{-1}$** **4. $2\cdot10^{15}s^{-1}$** **5. $3.4\cdot10^{12}s^{-1}$**

$$\left.\begin{array}{c} E = h\nu \\ \Delta E\cdot\Delta t \geq \dfrac{\hbar}{2} \end{array}\right\} \rightarrow h\cdot\Delta\nu\cdot\Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow h\cdot\Delta\nu\cdot 10^{-8} \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow \Delta\nu \geq 7{,}96\cdot 10^{6}s^{-1}$$

**137. ¿Cuál es el porcentaje máximo de la energía cinética inicial que un protón con energía cinética de 10 MeV puede trasferir a un electrón del blanco en una única colisión?:**

**1. 100%.** **2. 0%.** **$\boxed{\text{3. 0.22\%.}}$** **4. 1.32%.** **5. 29.32%.**

Energía transferida por una partícula de masa M y energía E a un electrón en reposo sin ser la partícula relativista:

$$T = \frac{4m_e\cdot E}{M} \rightarrow \%\left(\frac{T}{E}\right) = \frac{4m_e}{M}\cdot 100$$

En este caso, M = $m_p$ por lo que:

$$\%\left(\frac{T}{E}\right) = 0{,}2178\%$$

**138. Los electrones producidos durante la dispersión Compton son emitidos con un ángulo respecto de la dirección del fotón incidente entre:**

**1. 0 y 45 grados.** **$\boxed{\text{2. 0 y 90 grados.}}$** **3. 0 y 180 grados.** **4. 0 y 360 grados.** **5. 0 y 30 grados.**

Los electrones salen con un ángulo entre 0º y 90º. Los fotones salen con un ángulo entre 0º y 180º.

**139. ¿Cuál sería la masa de la partícula de intercambio asociada a una fuerza o campo nuclear cuyo alcance sea aproximadamente 1 fermi? (Dato: ħ·c=200 MeV·fm):**

**1. 100 MeV.** **2. 200 MeV.** **3. 300 MeV.** **4. 400 MeV.** **5. 500 MeV.**

$$R(fm) = \frac{197}{E(MeV)} \to E(MeV) = \frac{197}{R(fm)} = \frac{197}{1} = 197MeV \approx 200MeV$$

**140. Considere un haz de piones incidiendo en un blanco de electrones. ¿Cuál es el umbral de energía del haz de piones necesario para la producción de $K$¿ ($m_k$=0.494 GeV/$c^2$, $m_n$=0.94 GeV/$c^2$, $m_{pion}$=0.14 GeV/$c^2$):**

ANULADA

**1. 6.542 GeV.** **2. 3.004 GeV.** **3. 0.751 GeV.** **4. 3.755 GeV.** **5. 1.502 GeV.**

$$\pi^0 + e^- \to K^- + \nu_e$$

$$Q = m_{pion} + m_{electrón} - m_K$$

El caso es que nos dan la masa del neutrón y nos dice que el blanco son los electrones, que ya es raro, y además no nos dicen cuál es la reacción, que hay en realidad varias posibilidades.

**141. Cierto átomo multielectrónico en su configuración fundamental posee el término $^3P$ y la separación entre sus dos niveles de estructura fina con energía más baja, $^3P_1$ - $^3P_0$, es igual a 0.1 eV. En este caso, según la regla del intervalo de Landé la separación energética, en eV, entre los dos niveles de estructura fina con energía más alta es:**

**1. 0.05.** **2. 0.2.** **3. 0.025.** **4. 0.3.** **5. 0.4.**

$$\left.\begin{matrix} ^3P \\ ^{2s+1}L \end{matrix}\right\} \to \left\{\begin{matrix} 2s+1 = 3 \to s = 1 \\ L = P = 1 \end{matrix}\right.$$

$$J = L + S, \dots, L - S = 2, 1, 0.$$

Regla del intervalo de Landé para dos subniveles consecutivos: $\varepsilon = 2k(J+1)$. De aquí sacamos que:

$$\left.\begin{matrix} \varepsilon_0(J=0) = 2k \\ \varepsilon_1(J=1) = 4k \\ \varepsilon_2(J=2) = 6k \end{matrix}\right\} \to \left\{\begin{matrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = 2k = 0.1eV \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_0 = 4k = 2 \cdot 0.1eV = 0.2eV \end{matrix}\right.$$

**142. La energía umbral en el proceso de producción de tripletes es:**

**1. $m_ec^2$.** **2. $2m_ec^2$.** **3. $3m_ec^2$.** **4. $4m_ec^2$.** **5. $5m_ec^2$.**

Tripletes → campo del electrón → $E_{umbral} = 4m_ec^2$. Pares → campo del núcleo → $E_{umbral} = 2m_ec^2$.

**143. El término de apareamiento en el modelo semiempírico de masas es:**

**1. Negativo si Z par y N par.** **2. Negativo si A impar.** **3. Negativo si Z impar y N impar.**

**4. Positivo en todos los casos.** **5. Positivo siempre si A par.**

$$\delta(A) = a_p A^{-34} = \begin{cases} -34 \to Z\ y\ n\ par \to respuesta\ 1 \\ 0 \to Z\ par\ y\ N\ impar\ o\ viceversa \to \sin respuesta \\ +34 \to Z\ y\ N\ impar \to \sin respuesta \end{cases}$$

**144. En tomografía por emisión de positrones, la imagen se forma a partir de la detección de coincidencias de aniquilación electrón-positrón, y respecto a su calidad, es cierto que:**

**1. La resolución espacial se degrada por el rango no nulo de los positrones en la materia.**

**2. La resolución espacial no se ve afectada por el hecho de que la aniquilación no se produce en reposo.**

**3. La relación señal-ruido es mucho menor que en los sistemas de tomografía de emisión simple de fotones (SPECT).**

**4. La relación señal-ruido no se ve afectada por la geometría del detector.**

**5. La relación señal-ruido es muy baja por tratarse de una imagen bidimensional.**

Vale.

**145. Para luz de λ=5500Å el umbral de detección del ojo humano es de unos $10^2$ fotones/segundo. Indicar la potencia correspondiente:**

**1. 33.2 eV.** **2. $3.6x10^{-17}$W.** **3. 2.25 eV.** **4. $8.7x10^{-15}$W.** **5. 4.78 nW.**

$$Potencia = \frac{E}{t} = E \cdot v = \frac{hc}{\lambda} \cdot v = \frac{hc}{5500 \cdot 10^{-10}} \cdot 10^2 = 3{,}6117 \cdot 10^{-17} w$$

**146. La función de trabajo del metal sodio es de 2.3 eV. Indicar la mayor longitud de onda de la luz que puede producir emisión de fotoelectrones: (Datos: Constante de Planck, h=$6.63x10^{-34}$ J·s; velocidad de la luz, c=$2.998x10^8$ m/s; 1 eV=$1.602\cdot10^{-19}$ J):**

**1. $4.5x10^{-7}$m.** **2. $5.4x10^{-7}$m.** **3. $54x10^{-7}$m.** **4. $45x10^{-7}$m.** **5. $54x10^{-4}$m.**

$$k_{máx} = hv - \omega_0 \rightarrow v = \frac{\omega_0}{h} = \frac{2{,}3 \cdot e}{h} = 5{,}561 \cdot 10^{14} Hz$$

$$v \cdot \lambda = c \rightarrow \ \lambda = \frac{c}{v} = \frac{c}{5{,}561 \cdot 10^{14}} = 5{,}39 \cdot 10^{-7} m$$

**147. ¿Qué longitud de onda debe tener la radiación electromagnética para que un fotón en un haz tenga la misma cantidad de movimiento que un electrón que se mueve con una velocidad de $2x10^5$ m/s? (Datos: Constante de Planck, h=6.63x10-34 J·s; masa electrón=$9.11x10^{-31}$ kg):**

**1. 3.64 nm.** **2. 4.63 nm.** **3. 6.34 nm.** **4. 4.53 nm.** **5. 35.4 nm.**

$$P = m \cdot v = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \ \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_e \cdot 2{,}5 \cdot 10^5} = 3{,}637 \cdot 10^{-9} m = 3{,}637\ nm$$

**148. Una partícula cuántica se mueve en el espacio sometida a un potencial central y su función de onda es ψ(r, θ, φ)=F(r, θ) cos (φ), donde (r, θ, φ) describe la posición de la partícula en coordenadas esféricas, siendo θ el ángulo polar con respecto al eje Z y φ el ángulo azimutal con respecto a este mismo eje. Si se mide la componente Z del momento angular de la partícula, los valores que se pueden obtener son:**

**1. $\hbar$y $-\hbar$.** **2. $\hbar$.** **3. 2$\hbar$.** **4. 2$\hbar$ y $-2\hbar$ .** **5. $\hbar/2$ y $-\hbar/2$.**

$$\psi(r, \theta, \varphi) = F(r, \theta) \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \cos(-\varphi) = Real\left(e^{im\phi}\right) \rightarrow m = \pm 1$$

$$L_z|> = m\hbar\ | > \rightarrow \pm\hbar$$

Las soluciones son $+\hbar$ y $\hbar$.

**149. En el sistema de unidades naturales o 'de Planck' la carga del electrón vale (siendo α la constante de estructura fina):**

**1. α.** **2. $\alpha^{1/2}$.** **3. $\alpha^{-1}$.** **4. $\alpha^{-1/2}$.** **5. $\alpha^2$.**

El sistema de unidades de Planck es aquél en el que las siguientes constantes se toman con valor 1: $\hbar$, c, $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, G y $k_B$. La constante de estructura fina es entonces:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c(4\pi\varepsilon_0)} = e^2 \rightarrow e = \alpha^{1/2}$$

**150. El peso atómico del Litio es 6.941. Si existen dos isótopos naturales $Li^6$ y $Li^7$ con pesos atómicos respectivos 6.015 y 7.016, ¿Cuál es la abundancia de cada isótopo?**

**1. 2.32 % $Li^6$ y 97.68 % $Li^7$.** **2. 7.49 % $Li^6$ y 92.51 % $Li^7$.** **3. 5.61 % $Li^6$ y 94.39 % $Li^7$.**

**4. 9.18 % $Li^6$ y 90.82 % $Li^7$.** **5. 1.34 % $Li^6$ y 98.66 % $Li^7$.**

$Li^6 \rightarrow$ x%. $Li^7 \rightarrow$ (100-x)%.

$$6{,}941=\frac{6{,}015\cdot x+7{,}016\cdot(100-x)}{100}\rightarrow x=7{,}4925\%\rightarrow 100-x=92{,}5075\%.$$

**151. Los mesones son:**

**1. Leptones de espín semientero, formados por la combinación de tres quarks.**

**2. Hadrones de espín semientero, formados por la combinación de dos quarks.**

**3. Hadrones de espín entero, formados por la combinación de un quark y un antiquark.**

**4. Leptones de espín entero, formados por la combinación de un quark y un antiquark.**

**5. Son hadrones de espín semientero, formados por la combinación de dos quarks y un antiquark.**

Hadrones:
*Mesones: bosones formados por un quark y un antiquark.
* Bariones: fermiones formados por tres quarks y ningún antiquark.

Leptones: fermiones. Son el electrón, muon y tauon y sus antipartículas y neutrinos.

**152. El estado excitado del $Ne^{20}(I^{\pi}=2^+)$ decae a su estado fundamental ($I^{\pi}=0^+$) mediante la emisión de radiación electromagnética. En dicha transición son emitidos los multipolos:**

**1. Únicamente E2.** **2. E1 y M2.** **3. Únicamente M2.** **4. M3 y E2.** **5. E0 y M1.**

$2^+\rightarrow 0^+$ Transición electromagnética. L=2:

$\rightarrow$ E2 $\rightarrow (-1)^L = (-1)^2 = +1 \rightarrow$ Correcto.
$\rightarrow$ M2 $\rightarrow (-1)^L = (-1)^3 = -1 \rightarrow$ Incorrecto.

**153. Con respecto a la desintegración del ${}^{128}_{52}Te$ en ${}^{128}_{54}Xe$:**

**1. No es posible esa desintegración.**

**2. Son emitidos un positrón y un neutrino.**

**3. Debe existir obligatoriamente un paso intermedio.**

**5. Se emite una partícula de carga -2.**

**4. Se emiten dos electrones y dos antineutrinos simultáneamente.**

$${}^{128}_{52}Te\rightarrow {}^{128}_{54}Xe+\cdots$$

$${}^{A}_{Z}X\rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y+\cdots\rightarrow {}_{Z-2}^{A}Z+\cdots$$

Son dos desintegraciones $\beta^-$ que nadie dice que tenga que ser primero una y luego otra así que la respuesta 3 no tiene porqué ser cierta.

En cada desintegración se emite un electrón y un antineutrino.

**154. Una muestra de madera de un mueble antiguo posee una actividad específica de C-14 de 10 Bq s min$^{-1}$ g$^{-1}$. Una muestra actual del mismo tipo de madera posee 15 Bq s min$^{-1}$ g$^{-1}$. ¿Cuál es aproximadamente la antigüedad del mueble? Dato: $T_{1/2}$(C-14)=5730 años:**

**1. 2300 años.** **2. 3400 años.** **3. 4800 años.** **4. 5000 años.** **5. 5700 años.**

$$\left.\begin{array}{r} A=A_0\cdot e^{-\lambda t}\\ \lambda=\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}=\dfrac{\ln 2}{5730}\\ A=10\text{Bq s min}^{-1}\text{ g}^{-1}\\ A_0=15\text{Bq s min}^{-1}\text{ g}^{-1}\end{array}\right\}\rightarrow t=3351{,}8\ años$$

**155. Considérese un radioisótopo padre ($T_{1/2}$ (A)=10 h) que decae en un hijo ($T_{1/2}$ (B)= 1 h). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para estos dos radionúclidos?, dado que:**

**1. $\lambda_A$>$\lambda_B$ ambos alcanzarán equilibrio transitorio.** **2. $\lambda_A$>>$\lambda_B$ ambos alcanzarán equilibrio secular.**

**3. $\lambda_A$=$\lambda_B$ no existe estado de equilibrio para ambos.**

**4. $\lambda_B$>$\lambda_A$ ambos alcanzarán equilibrio transitorio.** **5. $\lambda_B$>>$\lambda_A$ ambos alcanzarán equilibrio secular.**

Para que sea secular $T_{padre} > 100\, T_{hijo}$. Como $T_{padre} = 10\, T_{hijo} \rightarrow T_{padre} > T_{hijo} \rightarrow \lambda_{hijo} > \lambda_{padre}$ → Resp 4

**156. Una muestra de agua proporciona una tasa de 1040 cuentas en 10 minutos. Una medida del fondo indica 6000 cuentas en 60 minutos. ¿Cuál es la tasa de cuentas neta y su desviación estándar?**

**1. (104 ± 100) cpm.** **2. (3.5 ± 4.0) cpm.** **3. (12.1 ± 4.0) cpm.** **4. (4.0 ± 3.5) cpm.** **5. (4.0 ± 12.1) cpm.**

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{r} t_{medida} = \dfrac{1040}{10} = 104cpm \\ t_{fondo} = \dfrac{6000}{60} = 100cpm \end{array}\right\} \rightarrow t_{fuente} = t_{medida} - t_{fondo} = 4\ cpm \\ \sigma = \sqrt{1\cdot\sigma_{medida}^2 + 1\cdot\sigma_{fondo}^2} = \sqrt{\dfrac{1040}{10^2}+\dfrac{6000}{60^2}} = 3{,}47\ cpm \end{array}\right\} \rightarrow (4.0 \pm 3{,}5)cpm$$

**157. Si cada una de las siguientes partículas tiene la misma energía cinética, ¿cuál posee el mayor momento?**

**1. Electrón.** **2. Fotón.** **3. Protón.** **4. α.** **5. Núcleo de Li-6.**

$$T = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p = \sqrt{2mT}$$

Como tienen la misma energía cinética, tendrá mayor momento el de mayor masa: $m_{Li-6} > m_\alpha > m_p > m_e > m_{foton}$.

**158. El U-235 decae al Pb-206 a través de una serie de desintegraciones α y β. ¿Cuál es la energía total liberada en esta serie de desintegraciones? Datos: las masas de los átomos eléctricamente neutros son: U-238: 238.050819 uma; Pb-206: 205.974468 uma; He-4 4.002603: uma.1 uma =931.48 MeV:**

ANULADA

**1. 51.7 MeV.** **2. 57.7 MeV.** **3. 62.3 MeV.** **4. 29.8 MeV.** **5. 59.8 MeV.**

El enunciado habla de U-235 pero los datos de U-238. Veamos cual es:

$$^{235}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}\alpha + y\,{}^{0}_{1}\beta$$

A: 235 = 206 + 4x→ x=7,25 → imposible.

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,{}^{4}_{2}\alpha + y\,{}^{0}_{1}\beta$$

A: 238 = 206 + 4x → x= 8 → Es el U-238. Z: 92 = 82 + 2x + y con x=8→ y =-6→ 6 desintegraciones $\beta^-$.

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{238}_{98}?? + 6e^- + 6\nu_e \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + 8\,{}^{4}_{2}\alpha$$

Hemos puesto primero la desintegración beta pero da igual:

$$Q_{total} = Q_{\beta^-} + Q_\alpha = [(M_U - M_{??}) + (M_{??} - M_{Pb} - 8M_\alpha)]\cdot 931{,}48 = (M_U - M_{Pb} - M_\alpha)\cdot 931{,}48 = 51{,}722\ MeV \rightarrow Resp1$$

Hablan de U-235 cuando deberían hablar de U-238 por lo que se anuló.

**159. La longitud de onda (λ) de un electrón en función de su masa (m), energía cinética T, y la constante de Plank (h) es:**

**1. h / *T*** **2. h / *mT*** **3. h / 2*mT*** **4. *h* /(2*mT*)** **5. 2*h* /(*mT*)**

$$\left.\begin{array}{r} T = \dfrac{p^2}{2m} \\ p = \dfrac{h}{\lambda} \end{array}\right\} \rightarrow T = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}}$$

**160. Un nivel de energía nuclear tiene una anchura de 2.5 MeV. ¿Cuál es su vida media?. Datos: h=6.63x10-34 J s. 1 MeV=1.6x10-13J:**

**1. 2.6x10$^{-23}$ s.** **2. 5.2x10$^{-23}$ s.** **3. 2.6x10$^{-22}$ s.** **4. 5.2x10$^{-22}$ s.** **5. 1.7x10$^{-21}$ s.**

$$R(fm) = \frac{197}{E(MeV)} = \frac{197}{2,5} = 78,8\ fm = 78,8 \cdot 10^{-15}\ m$$

$$e = v \cdot t \to R = c \cdot t \to t = \frac{R}{C} = 2,628 \cdot 10^{-22} s$$

**161. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:**

**1. El método de máxima verosimilitud sólo es aplicable si se conocen los parámetros poblacionales.**

**2. El método de minimización de $\chi^2$, para la obtención de parámetros, se utiliza cuando no es aplicable el de máxima verosimilitud.**

**3. El método de máxima verosimilitud sólo es aplicable si se conoce la forma teórica de la distribución a la cual pertenece la muestra.**

**4. El método de minimización del $\chi^2$, para la obtención de parámetros, sólo es aplicable si la función es lineal en los parámetros.**

**5. El método de minimización del $\chi^2$ y el método de máxima verosimilitud son incompatibles.**

Vale.

**162. Dado un isótopo radiactivo de periodo $T_P$ que se desintegra en otro de periodo $T_H$, la actividad del padre es igual a la del hijo:**

**1. Si la actividad específica del padre es alta.** **2. En algún instante sólo si $T_P$=$T_H$.**

**3. Cuando se alcanza el equilibrio transitorio.** **4. Si el hijo se desintegra en un isótopo estable.**

**5. En el instante en que la del hijo es máxima.**

Las actividades de padre y de hijo se igualan cuando la actividad del hijo es máxima y por tanto se encuentran en equilibrio secular.

**163. El $^{222}$Rn pertenece a la serie radiactiva natural del:**

**1. Plutonio.** **2. Torio.** **3. Actinio.** **4. Neptunio.** **5. Uranio.**

222 = 4·55+2 → Uranio.

**164. El $^{18}$F, de período de semidesintegración $T_{1/2}$=110 minutos, puede producirse mediante un ciclotrón a través de la reacción $^{18}$O(p,n)$^{18}$F. ¿Qué fracción de la actividad de saturación (máxima posible) obtendremos para el $^{18}$F si se irradia el blanco durante 220 minutos?:**

**1. 0.10** **2. 0.25.** **3. 0.50.** **4. 0.75.** **5. 0.80.**

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} \to \frac{A}{A_0} = e^{-\frac{\ln 2}{110} \cdot 220} = 0.25$$

Queda 0,25 y por tanto se ha desintegrado 0,75 es lo que interpretamos siempre.

Como en realidad es al revés. que se va obteniendo $^{18}$F a partir de $^{18}$O, 0,25 es lo que queda de $^{18}$O y 0,75 es lo que se ha obtenido de $^{18}$F.

**165. En un generador de molibdeno-tecnecio, el $^{99}$Mo (de período de semidesintegración $T_{1/2}$=66h) y el $^{99m}$Tc (de período de semidesintegración $T_{1/2}$=6h) están en equilibrio transitorio. Si se extrae todo el $^{99m}$Tc presente, ¿cuánto tiempo debemos esperar aproximadamente para tener de nuevo la máxima actividad de $^{99m}$Tc?:**

**1. 1.5 h.** **2. 11 h.** **3. 23 h.** **4. 48 h.** **5. 72 h.**

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \to \begin{cases} t_{máx} = \dfrac{\ln \lambda_B - \ln \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} = \dfrac{\ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right)}{\lambda_B - \lambda_A} \\ \dfrac{\lambda_B}{\lambda_A} = \dfrac{T_A}{T_B} = \dfrac{66}{6} = 11 \\ \lambda_B - \lambda_A = \ln 2 \cdot \left(\dfrac{1}{T_B} - \dfrac{1}{T_A}\right) = \ln 2 \cdot \left(\dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{66}\right) = \dfrac{5 \cdot \ln 2}{33} \end{cases} \to t_{máx} = \frac{\ln 11}{\frac{5 \cdot \ln 2}{33}} = 22{,}832\ h$$

**166. En el espectro del 137Cs obtenido mediante un detector de centelleo de NaI(TI) de 50 mm x 50 mm, en el que se observa el "fotopico" a una energía de 662 keV, ¿hasta qué energía máxima teórica se extiende la distribución Compton?:**

**1. 184 keV.** **2. 551 keV.** **3. 478 keV.** **4. 151 keV.** **5. 256 keV.**

$$E_{fot\,ón} = \frac{E}{1+4E} = \frac{0{,}662}{1+4\cdot 0{,}662} = 0{,}18147\ MeV$$
$$E_{electr\,ón} = E - E_{fot\,ón} = 0{,}662 - 0{,}18147 = 0{,}48053\ MeV = 480{,}53 keV$$

**167. El 241Am, utilizado a veces en detectores de humo y pararrayos, emite partículas α de energía 5.49 MeV. ¿Cuál es el alcance medio en aire de estas partículas?:**

**1. 2.6 cm.** **2. 4.2 cm.** **3. 7.3 cm.** **4. 13.7 cm.** **5. 27.1 cm.**

$$R_a(cm) = \ 0{,}318 \cdot E^{3/2}(MeV) = 0{,}318 \cdot 5{,}49^{3/2} = 4{,}09\ cm.$$

**168. Debido a la interacción dipolar magnética del núcleo del átomo de hidrógeno neutro con su electrón, el estado fundamental del átomo de hidrógeno se desdobla en dos subniveles (estructura hiperfina). La transición radiativa entre estos dos subniveles es de gran utilidad en radioastronomía, ¿cuál es la longitud de onda asociada a esta transición?:**

**1. 0.075 mm.** **2. 3.8 nm.** **3. 2.7 Å.** **4. 5.7 μm.** **5. 21 cm.**

Es una pregunta de saberse de memoria.

**169. La partícula formada por un quark up y un quark anti-down es:**

**1. Mesón π positivo.** **2. Protón.** **3. Muón positivo.** **4. Mesón π negativo.** **5. Neutrón.**

1) $\pi^+ \to u\bar{d}$. Correcta. 2) Protón → $uud$. Falsa. 3) $\mu^+ \to$ no quarks. Falsa.

4) $\pi^- \to \bar{u}d$. Falsa. 5) Neutrón → $udd$. Falsa.

**170. A medida que uno se aleja del núcleo atómico, la densidad electrónica:**

**1. Oscila con amplitud constante.** **2. Oscila con amplitud decreciente.**

**3. Decrece como una gaussiana.** **4. Decrece como una exponencial.**

**5. Alcanza un máximo a una cierta distancia y luego disminuye como una exponencial.**

De saberse.

**171. Encuentra la energía liberada en la captura: p + n → d + γ**

**1. 2.234 MeV.** **2. 3.234 MeV.** **3. 4.234 MeV.** **4. 1.234 MeV.** **5. 0.234 MeV.**

Piden la energía liberada (o sea de enelace) del deuterón, que es un dato a saber de memoria: 2,22 MeV.

**172. Los núcleos pesados que emiten partículas alfa son:**

**1. Estables frente a la emisión de partículas alfa.** **2. Estables frene a la emisión de neutrones.**

**3. Inestables frente a la emisión de quarks.** **4. Inestables frente a la emisión de neutrones.**

**5. Estables frente a la emisión de positrones.**

De saberse.

**173. La expresión para los niveles de energía del Helio ionizado $He^+$ en el modelo atómico de Bohr es:**

**1.** $E_n = \frac{4me^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 \hbar^2}$ **2.** $E_n = \frac{me^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 \hbar^2}$ **3.** $E_n = \frac{2me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 \hbar^2}$ **4.** $E_n = \frac{4me^3}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 \hbar^2}$ **5.** $E_n = \frac{4me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n \hbar^2}$

Por el teorema del virial tenemos que $U = -2T \rightarrow E = T + U = -T = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$$F_e = F_c \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

La carga 1 es el núcleo: $q_1 = Ze$. LA carga 2 es el electrón: $q_2 = e$.

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r} = m \cdot v^2 \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r \cdot m \cdot v} = v$$

Por otro lado: $n\hbar = m \cdot r \cdot v$. Por lo tanto:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{n \cdot \hbar} = v \rightarrow E = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{Z^2 \cdot e^4}{n^2 \cdot \hbar^2} = -\frac{m \cdot Z^2 \cdot e^4}{2 \cdot (4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot n^2 \cdot \hbar^2}$$

Como es Helio: $Z = 2 \rightarrow \frac{Z^2}{2} = 2$:

$$E = -\frac{2 \cdot m \cdot e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot n^2 \cdot \hbar^2}$$

**174. Señale la respuesta INCORRECTA de entre las siguientes referidas a los procesos de desintegración:**

**1. La emisión alfa es un efecto de repulsión coulombiana.**

**2. La teoría de Fermi de la desintegración beta supone una masa nula del neutrino.**

**3. Las reglas de transición de una transición beta permitida son: ΔI=0,1 y Δπ=no (donde I es el espín nuclear y Δπ se refiere a la paridad).**

**4. Los coeficientes de conversión interna aumentan con $Z^4$ (Z número atómico del átomo).**

**5. La emisión multipolar eléctrica es más probable que la misma emisión multipolar magnética en un factor $10^2$ para núcleos medios y pesados.**

En realidad los coeficientes de conversión interna son proporcionales a $Z^3$ y no a $Z^4$. Por ello la 4 es FALSA.

**175. ¿Cuál de las siguientes respuestas es CORRECTA respecto de la sección eficaz atómica de la dispersión Rayleight? (Z número atómico del material y E la energía del fotón):**

**1.** $\sigma_R \propto Z^2$. **2.** $\sigma_R \propto Z^{-2}$. **3.** $\sigma_R \propto Z^{-3}$. **4.** $\sigma_R \propto E^3$. **5.** $\sigma_R \propto E^{-3}$.

La sección eficaz atómica para dispersión Rayleigh es:

$$\sigma_R \propto \frac{Z^2}{(h\nu)^2}$$

**176. El $^9Be^+$ tiene un núcleo con spin I=3/2. Para el nivel electrónico $^2S_{1/2}$ ¿qué valores del número cuántico de estructura hiperfina F son posibles?:**

ANULADA

**1. F= -1, 0, 1.** **2. F= 0, 1, 2.** **3. F= 0.** **4. F= 3/2, 1/2.** **5. F= 5/2, 3/2, 1/2.**

$$F = I \oplus J = |I - J|, |I - J| + 1, \dots, I + J - 1, I + J.$$

$$\left.\begin{matrix} ^{2s+1}L_j \\ ^2S_{1/2} \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} 2s + 1 = 2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \\ L = s = 0 \\ J = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Según el enunciado I=3/2. Por tanto: F=|3/2-1/2|,...,|3/2+1/2|=1,...,2→F=1, 2. En la respuesta 2 sobra el cero.

**177. Considerando unidades naturales ($\hbar$ = c = 1) y el sistema racionalizado de Heaviside-Lorentz de unidades electromagnéticas ($\varepsilon_0$=1), el radio de Bohr del átomo de hidrógeno es (siendo α la constante de estructura fina y $m_e$ la masa del electrón):**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. $(\alpha\cdot m_e)^{-1}$.** | **2. $(\alpha\cdot m_e)^2$.** | **3. $\alpha\cdot m_e$.** | **4. $\alpha/m_e$.** | **5. 1.** |

$$\left.\begin{array}{r}r_{Bohr}=\dfrac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{mZe^2}\\ \hbar=1\quad c=1\quad \varepsilon_0=1\\ \alpha=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}r=\dfrac{4\pi n^2}{mZe^2}\\ \alpha=\dfrac{e^2}{4\pi}\end{array}\right\}\rightarrow r=\frac{n^2}{\alpha m Z}=\frac{1^2}{\alpha\cdot m_e\cdot 1}=(\alpha\cdot m_e)^{-1}$$

**178. Un protón y una partícula alfa se mueven con la misma velocidad υ en la dirección del eje X, penetran en un campo magnético uniforme que es paralelo al eje Z y, debido a ello, realizan un movimiento circular uniforme en el plano XY cuyos radios, $R_{proton}$ y $R_{alfa}$, satisfacen la relación $R_{alfa}/R_{proton}$=β donde β es aproximadamente igual a:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. 1/4.** | **2. 1/2.** | **3. 1.** | **4. 2.** | **5. 4.** |

$$v=\frac{B\cdot r\cdot q}{m}\rightarrow r=\frac{v\cdot m}{B\cdot q}\rightarrow\frac{r_\alpha}{r_p}=\frac{m_\alpha}{m_p}\cdot\frac{q_p}{q_\alpha}=\frac{4}{1}\cdot\frac{1}{2}=2$$

**179. Un ratón recibe por vía intravenosa 1 mCi de un compuesto radiactivo cuya actividad se reduce a 0.92 mCi al cabo de 24 horas. Teniendo en cuenta que la semivida física del compuesto es de 12.8 días, se deduce que la semivida biológica de este compuesto en el ratón es, en días, aproximadamente igual a:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. 12.** | **2. 45.** | **3. 90.** | **4. 190.** | **5. 24.** |

semivida = periodo de semidesintegración ≠ vida media

$$A=A_0\cdot e^{-\lambda t}\rightarrow 0{,}92=e^{-\lambda\cdot 1}\rightarrow\lambda_{total}=0{,}08338\ días^{-1}$$

$$\lambda_{total}=\lambda_{física}+\lambda_{biológica}\rightarrow 0{,}08338=\frac{\ln 2}{12{,}8}+\lambda_{biológica}\rightarrow\lambda_{biológica}=0{,}029229\ días^{-1}\rightarrow$$
$$\rightarrow T_{biológico}=\frac{\ln 2}{\lambda_{biológica}}=27{,}714\ días$$

**180. La actividad de una muestra de $^{211}$Bi medida a intervalos de 2 minutos es de 1.65, 0.85, 0.44, y 0.23 milicurios. De estos datos se deduce que la semivida del $^{211}$Bi es, en minutos, aproximadamente igual a:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. 1.9.** | **2. 3.2.** | **3. 2.7.** | **4. 2.1.** | **5. 3.0.** |

$$A=A_0\cdot e^{-\lambda t}\rightarrow 0{,}85=1.65\cdot e^{-\lambda\cdot 2}\rightarrow\lambda=0{,}3316\rightarrow T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=2{,}09\ minutos.$$

**181. ¿Para qué rango de velocidades se puede usar la aproximación ultrarrelativista E≈pc con un error inferior al 1%?:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. v≥0.142c.** | **2. v≥0.980c.** | **3. v≥0.331c.** | **4. v≥0.990c.** | **5. v≥0.999c.** |

La energía relativista es E = γ·mc$^2$. La aproximación que propone el problema es E' ≈ pc= γ·m·v·c. El error relativo será:

$$\frac{E-E'}{E}\leq 0{,}01\rightarrow\frac{\gamma\cdot m\cdot c\cdot(c-v)}{\gamma\cdot mc^2}\leq 0{,}01\rightarrow\frac{c-v}{c}\leq 0{,}01\rightarrow 1-\frac{v}{c}\leq 0{,}01\rightarrow v\geq 0{,}99c$$

**182. Un mesón $K^0$ en reposo decae en un mesón $\pi^+$ y un mesón $\pi^-$, cada uno de ellos teniendo una velocidad de 0.85c. Si un mesón $K^0$ viajando a velocidad 0.9c decae, ¿qué velocidad máxima puede entonces tener uno de los dos mesones π?:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1. 1.75c.** | **2. 0.213c.** | **3. 0.86c.** | **4. 0.916c.** | **5. 0.991c.** |

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$K^0$ en reposo y piones a v=0,85c:

K0 a 0,9c y piones a v=??:

$$\frac{m_K c^2}{\sqrt{1-0}} = 2 \cdot \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1-0{,}85^2}} \rightarrow m_K = 3{,}7966 m_\pi$$

$$\frac{3{,}7966 m_\pi c^2}{\sqrt{1-0{,}9^2}} = 2 \cdot \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1-v^2}} \rightarrow v = 0{,}97328c$$

Pero esto sería para que ambos salieran a esa velocidad. Pero queremos que uno salga a la velocidad máxima y el otro a la velocidad mínima. La velocidad mínima es la de no notar la velocidad del kaón, es decir, que un pión salga a velocidad máxima y el otro pión salga a v=0,85c:

$$\frac{3{,}7966 m_\pi c^2}{\sqrt{1-0{,}9^2}} = \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1-v^2}} + \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1-0{,}85^2}} \rightarrow v = 0{,}989c$$

**183. Considere dos sistemas de referencia inerciales, S y S', con los ejes mutuamente paralelos, y que S' se mueve a una velocidad υ (próxima a la velocidad de la luz c) con respecto a S a lo largo del eje X (=X'). Según las transformaciones de Lorentz, ¿cómo se relacionan las coordenadas temporales de estos sistemas?:**

**1. t'=t.** **2. t'=t(1-υ/c).** **3. t'=t-xυ/c$^2$.** **4. t'=t(1-υ$^2$/c$^2$)$^{-1/2}$.** **5. t'=(t-xυ/c$^2$)(1-υ$^2$/c$^2$)$^{-1/2}$.**

$$\left.\begin{aligned} t' &= \gamma\left(t-\frac{vx}{c^2}\right) \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}\right\} \rightarrow t' = \frac{\left(t-\frac{vx}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

**184. Considere la descripción relativista del átomo de hidrógeno según la ecuación de Dirac (estructura fina) y desprecie los efectos de estructura hiperfina (asociados al núcleo). Según esta descripción, las energías de los estados 2s$_{1/2}$ y 2p$_{1/2}$ deberían coincidir. Sin embargo, las observaciones experimentales contradicen esta afirmación. ¿Cómo se conoce este efecto?**

**1. Efecto Lamb.** **2. Efecto Zeeman.** **3. Efecto Stark.**

**4. Efecto Paschen-Back.** **5. Los estados 2s$_{1/2}$ y 2p$_{1/2}$ tienen energías idénticas.**

Pregunta de teoría

**185. La persona O observa que dos eventos están separados en espacio y tiempo por Δx=600m y Δt=8·10$^{-7}$ s. Si c es la velocidad de la luz ¿cómo de rápido se debe mover un observador O' en relación con O para que perciba los dos eventos como simultáneos?**

**1. 0.9c.** **2. 0.7c.** **4. 0.6c.** **5. 0.4c.**

**3. A una velocidad mayor que c, por lo tanto es imposible que los observe como simultáneos.**

$$\left.\begin{aligned} \Delta t' &= \gamma\left(\Delta t-\frac{vx}{c^2}\right) \\ \Delta t' &= 0\ (simultáneos\ en\ S') \end{aligned}\right\} \rightarrow \Delta t = \frac{vx}{c^2} \rightarrow v = \frac{c^2\cdot\Delta t}{\Delta x} = \frac{c^2\cdot 8\cdot 10^{-7}}{600} = 0{,}3997c$$

**186. En el caso de electrones acelerados moviéndose en línea recta con una velocidad de 0.5c, ¿cuál es el ángulo con respecto a la dirección de movimiento para el cual la intensidad de radiación emitida es máxima?**

**1. 38.2º.** **2. 80.4º.** **3. 90º.** **4. 120.5º.** **5. 0º.**

$$\sin\theta_{máx} = \frac{1}{2\gamma} = \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{2} = \frac{\sqrt{1-0{,}5^2}}{2} = 0{,}433 \rightarrow \theta_{máx} = 25{,}6589º$$

**187. ¿Cuál es la distancia media, medida por un observador en reposo (laboratorio), que recorren los mesones π$^+$ con velocidad 0.99c antes de desintegrarse? Vida media del π$^+$= 26.02 ns:**

**1. 109.5 m.** **2. 3.08 km.** **3. 24.5 cm.** **4. 54.8 m.** **5. 340 cm.**

$$t = \gamma t' = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{26,02 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1-0,99^2}} = 1,8445 \cdot 10^{-7} s$$

$$s = v \cdot t = 0,99c \cdot 1,8445 \cdot 10^{-7} = 54,744\ m$$

**188. En un acelerador de alta energía, un protón se mueve con velocidad 0.5c. Calcular que energía se requiere para acelerar el protón hasta 0.75c:**

**1. $5.42 \cdot 10^{-11}$ J.** **2. $7.67 \cdot 10^{-11}$ J.** **3. $2.25 \cdot 10^{-11}$ J.** **4. $10.01 \cdot 10^{-11}$ J.** **5. $1.33 \cdot 10^{-11}$ J.**

$$\left.\begin{array}{c} \Delta T = T_2 - T_1 = (\gamma_2 - \gamma_1) m_0 c^2 \\ m_0 c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} J \\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \to \begin{cases} \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-0,5^2}} = 1,15470 \\ \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-0,75^2}} = 1,51186 \end{cases} \end{array}\right\} \to e = 5,369 \cdot 10^{-11} J$$

**189. La vida media de un muón en reposo es de 2µs. Un haz de muones se mueve con velocidad 0.999c. Indique que distancia recorrerán los muones antes de desintegrarse:**

ANULADA

**1. 22.37 km.** **2. 44.74 km.** **3. 11.21 km.** **4. 106 km.** **5. 1.99 km.**

Aquí, a diferencia del 187.2013, no nos piden el sistema de referencia laboratorio:

$$s = v \cdot t = 0,999c \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 598,985\ m \approx 0,6\ km$$

que no es ninguna respuesta.

Aún así lo hacemos en el sistema de referencia laboratorio:

$$t = \gamma t' = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-0,999^2}} = 4,47325 \cdot 10^{-5} s$$

$$s = v \cdot t = 0,999c \cdot 4,47325 \cdot 10^{-5} = 13397\ m = 13,397\ km$$

que tampoco coincide con ninguna respuesta.

**190. Un avión supersónico se aleja de un observador a una velocidad de 0.8c a lo largo del eje x. Otro avión se mueve a lo largo del eje x, alejándose del observador y del primer avión con velocidad 0.8c respecto al primer avión. Si el observador está en reposo en su sistema de referencia, ¿con qué velocidad se está moviendo el segundo avión respecto al observador?**

**1. 0.950c.** **2. 0.976c.** **3. 0.995c.** **4. 1500 m/s.** **5. 0.822c.**

1$^{er}$ avión (S') se mueve respecto al observador (S)→V=0,8c        2º avión (partícula) se mueve respecto al 1º (S')→$u'_x$=0,8c

$$u_x = \frac{u'_x + V}{1 + \frac{V \cdot u'_x}{c^2}} = \frac{0,8c + 0,8c}{1 + 0,8^2} = 0,9756c\ (respuesta\ 2) = 292,48 \cdot 10^6 m/s\ (no\ es\ la\ 4)$$

**191. Si una partícula con una velocidad c/4 (c velocidad de la luz) con respecto de un observador, emite al desintegrarse un electrón con una velocidad c/2 con respecto de ella y en la misma dirección con respecto del observador ¿A qué velocidad verá el observador que se mueve el electrón?**

**1. 3c/4.** **2. c/2.** **3. 3c/8.** **4. 3c/2.** **5. 2c/3.**

$$u_x = \frac{u'_x + V}{1 + \frac{V \cdot u'_x}{c^2}} = \frac{\frac{c}{4} + \frac{c}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{2}{3} c$$

**192. En un semiconductor tipo n típico a temperatura ambiente se verifica que la concentración de:**

**1. Electrones es siempre igual a la concentración de átomos.**

**2. Electrones es igual a la concentración de átomos dadores si el semiconductor es degenerado y completamente ionizado.**

**3. Electrones es igual a la concentración de átomos dadores si el semiconductor es no degenerado y completamente ionizado.**

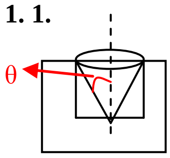
**4. Huecos es igual a la concentración de átomos dadores si el semiconductor es no degenerado y completamente ionizado.**

**5. Electrones es igual a la concentración de huecos si el semiconductor es no degenerado y completamente ionizado.**

Ni idea.

**193. Un contador cilíndrico tipo pozo posee una geometría tal que su volumen sensible rodea completamente una determinada muestra radiactiva, excepto por su apertura, de 60º desde el eje hasta el borde del detector. ¿Cuál es su eficiencia geométrica?**

**1. 1.** **2. 0.93.** **3. 0.25.** **4. 0.5.** **5. 0.75.**




Ω = 2π·(1-cosθ) = 2π·(1-cos60) = π = ángulo sólido no cubierto por el detector.

$$\varepsilon_{geo} = \frac{4\pi - \pi}{4\pi} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

**194. Una fuente radiactiva tiene un periodo de semidesintegración de 1 minuto. En el tiempo t=0, está situada frente a un detector y la velocidad de recuento de éste (número de partículas que se desintegran detectadas por unidad de tiempo) en este instante es de 2000 cuentas/s. Determinar la velocidad de recuento (en cuentas/s) al cabo de 5 minutos y 10 minutos:**

**1. 63 y 2, respectivamente.** **2. 2000 en los dos casos.** **3. 56 y 8, respectivamente.**

**4. 82 y 5, respectivamente.** **5. 47 y 4, respectivamente.**

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1} = \ln 2 \ \ minutos^{-1}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow \begin{cases} A_5 = 2000 \cdot e^{-\ln(2)\cdot 5} = 62{,}5\ c/s \\ A_{10} = 200 \cdot e^{-\ln(2)\cdot 10} = 1{,}95\ c/s \end{cases}$$

**195. Un sistema detector de radiación tiene un tiempo muerto de 1,7 μs. Si se observa una tasa de recuento de 9·104 $s^{-1}$, ¿Cuál será la tasa de eventos reales si el detector es de tipo no paralizable?**

**1. 90013 $s^{-1}$.** **2. 106257 $s^{-1}$.** **3. 76230 $s^{-1}$.** **4. 90000 $s^{-1}$.** **5. 10050 $s^{-1}$.**

No paralizable:

$$n = \frac{m}{1 - m\tau} = \frac{9 \cdot 10^4}{1 - 9^{10^4} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6}} = 106257{,}4\ s^{-1}$$

**196. La capacidad calorífica de los sólidos cristalinos tiende a un mismo valor constante:**

**1. A altas temperaturas, cuando los efectos cuánticos son pocos importantes.** **2. En ningún caso.**

**3. En el punto triple, donde el sólido está en equilibrio con el líquido y con el gas.**

**4. A cualquier temperatura.** **5. A bajas temperaturas, cuando los efectos cuánticos son importantes.**

A altas temperaturas, C=3R clásicamente.

**197. La densidad espectral de potencial de ruido térmico:**

**1. Es directamente proporcional al ancho de banda de medida.** **2. Depende de la carga de los portadores.**

**3. Es proporcional a la corriente media circulante.** **$\boxed{\text{4. Depende linealmente de la temperatura.}}$**

**5. Es inversamente proporcional a la constante de Boltzmann.**

La densidad espectral de potencia de ruido térmico es:

$$v_n^2 = 4k_B \cdot T \cdot R$$

$k_B$ = constante de Boltzmann. T = Temperatura de la resistencia. R = Resistencia.

**198. Para una fuente radiactiva se realiza una medida durante 1 minuto y se obtienen 1241 cuentas. La fuente se retira y se hace una medida de fondo durante 1 minuto en la que se obtienen 523 cuentas. ¿Cuál es el número neto de cuentas que produce esa fuente en 1 minuto y cuál es su incertidumbre asociada para un factor de cobertura k=2? Nota: considérese que no existe incertidumbre en el tiempo de medida y que la estadística del detector es poissoniana:**

**1. 718 ± 14.** **2. 718 ± 21.** **3. 718 ± 27.** **4. 718 ± 42.** **$\boxed{\text{5. 718 ± 84.}}$**

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{r}N_{medida} = 1241cpm \\ n_{fondo} = 523\ cpm\end{array}\right\} \rightarrow N_{fuente} = N_{medida} - N_{fondo} = 718\ cpm \\ \sigma = k \cdot \sqrt{1^2 \cdot \frac{N_m}{t_m^2} + 1^2 \cdot \frac{N_{fondo}}{t_{fondo}^2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1241}{1^2} + \frac{523}{1^2}} = 84\ cpm\end{array}\right\} \rightarrow (718 \pm 84)cpm$$

**199. Provenientes de una fuente radiactiva se detectan 1120 cuentas en 5 segundos. ¿Cuál es la desviación estándar asociada a la tasa de cuentas?**

**1. 3 cuentas/s.** **2. 1.3 cuentas/s.** **3. 15 cuentas/s.** **$\boxed{\text{4. 6.7 cuentas/s.}}$** **5. 5.4 cuentas/s.**

$$\sigma^2 = \frac{1120}{5} = 44{,}8 \rightarrow \sigma = 6{,}69\ cuentas/s$$

**200. Se mide el número de partículas emitidas por minuto por una fuente radiactiva durante un periodo de 100 horas. El número total de partículas detectadas durante ese periodo es de 18000. La actividad de la fuente es tal que se puede asumir que el conteo de las partículas está descrito por la distribución de Poisson. En este caso, la probabilidad de observar cero partículas durante un intervalo temporal de un minuto es aproximadamente igual a un:**

**1. 10º.** **$\boxed{\text{2. 5º.}}$** **3. 15º.** **4. 1º.** **5. 12º.**

$$\left.\begin{array}{r}t = 100h = 6 \cdot 10^3 minutos \\ N = 18000\ cuentas\end{array}\right\} \rightarrow \frac{N}{t} = 3cpm$$

La media es λ=3cuentas y queremos observar k= 0 cuentas:

$$P = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = 0{,}049787 \rightarrow P(\%) = 4{,}9787\%$$

**201. Sea $R_N$ la tasa neta de cuentas de un sistema en la medida de una muestra radiactiva y $R_B$ la tasa de cuentas de fondo del sistema. ¿Cuál es el tiempo de medida mínimo necesario para reducir la incertidumbre de la medida por debajo de un valor u (%)?**

**1. $[(R_N-R_B)/R_N^2]\cdot(100/u)^2$** **$\boxed{\text{2. } [(R_N+2R_B)/R_N^2]\cdot(100/u)^2}$** **3. $[(R_N+R_B)/R_N^2]\cdot(100/u)^2$**

**4. $[(R_N+2R_B)/R_B^2]\cdot(100/u)^2$** **5. $[(R_N+R_B)/R_N^2]$**

$$error = \sqrt{\frac{N_N}{t_N^2} + \frac{N_B}{t_B^2}} = \sqrt{\frac{R_N}{t_N} + \frac{R_B}{t_B}}$$

Pongamos que $t_N$=$t_B$ = t ya que no dicen nada al respecto:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{R_N + R_B}{t}} \qquad (1)$$

Por otro lado $R_{fuente} = R_N - R_B$ (2)

Además queremos que:

$$\left(\frac{\varepsilon}{R_{fuente}}\right)\cdot 100 = \mu \rightarrow \varepsilon = R_{fuente}\ \cdot \frac{\mu}{100} \qquad (3)$$

Sustituimos (2) en (3) e igualamos el resultado a (2):

$$\sqrt{\frac{R_N + R_B}{t}} = (R_N - R_B)\cdot\frac{\mu}{100} \rightarrow t = \frac{R_N + R_B}{(R_N - R_B)^2}\cdot\left(\frac{100}{\mu}\right)^2$$

Si renombramos $R_N' = R_N - R_B \ \rightarrow R_N' + 2R_B = R_N + R_B$ y lo sustituimos ambas en la anterior: $t = \frac{R_N' + 2R_B}{(R_N')^2}\cdot\left(\frac{100}{\mu}\right)^2$

**202. En un diodo de unión p-n, polarizada inversamente, cuando se alcanza el voltaje de ruptura:**

**1. El diodo se destruye.**

**2. Se produce un fenómeno de avalancha debido a la aceleración de los portadores, que al colisionar con la estructura cristalina liberan pares electrón-hueco.**

**3. Se produce un fenómeno de avalancha debido a la aceleración de los portadores, que con esa energía pueden atravesar la barrera de potencial de la unión por efecto túnel.**

**4. Se produce un fenómeno de avalancha que cesa al alcanzar el voltaje de ruptura por saturación.**

**5. Se produce un fenómeno de avalancha, ya descrito en el modelo de diodo ideal.**

De teoría.

**203. La eficiencia de un detector NaI(Tl) para gammas:**

**1. Aumenta con la energía del fotón.**

**3. Decrece con la energía del fotón.**

**2. Aumenta hasta aproximadamente 511 keV y a partir de aquí decrece a medida que la energía del fotón aumenta.**

**4. Decrece hasta aproximadamente 511 keV y a partir de aquí aumenta a medida que la energía del fotón aumenta.**

**5. Varía sólo en un factor 2 entre 100 keV y 10 MeV.**

Inicialmente y hasta energías de 0.1 MeV, la eficiencia se mantiene prácticamente constante. A partir de esa energía, la eficiencia empieza a decrecer según aumenta la energía.

**204. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor cómo funciona un contador proporcional?**

**1. Algunos iones de la ionización primaria son recolectados. No ocurre ionización secundaria.**

**2. Todos los iones de la ionización primaria son recolectados. No ocurre ionización secundaria.**

**3. Todos los iones de la radiación primaria junto con algunos iones de la radiación secundaria son recolectados.**

**4. Todos los iones, tanto de la radiación primaria como de la secundaria, son recolectados.**

**5. Todos los iones de la ionización primaria, ionización secundaria, y avalancha Twonsend son recolectados.**

De teoría.

**205. En una cámara de ionización abierta al aire, “equilibrio electrónico” significa:**

**1. La temperatura del aire es uniforme, y todos los pares de iones se caracterizan por una distribución de equilibrio.**

**2. Por cada electrón que abandona el volumen sensible de la cámara, otro electrón de igual energía entra en ella.**

**3. Las cargas que entran y salen de la cámara son iguales.**

**5. No se producen iones secundarios.**

**4. Los recorridos libres medios de los iones son constantes, y la ionización específica depende solamente de la carga recolectada.**

Teoría.

**206. En un detector que exhibe una respuesta de acuerdo con un modelo no paralizable, y que tiene un tiempo muerto de 2μs, la tasa de conteo observada frente a la real:**

**1. Es decreciente.**

**2. Tiende asintóticamente a un máximo igual a 500 000 cps (cuentas por segundo).**

**3. Tiende asintóticamente a un máximo igual a 184 000 cps.**

**4. Alcanza un máximo de 500 000 cps para luego decrecer.**

**5. Alcanza un máximo de 184 000 cps para luego decrecer.**

$$m = \frac{n}{1+n\tau} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{dm}{dn} = \dfrac{1(1+n\tau)-n\tau}{(1+n\tau)^2} = \dfrac{1}{(1+n\tau)^2} \neq 0\ \forall n \rightarrow no\ hay\ máximos \\ \lim\limits_{n\to\infty} m = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{1+n\tau} \underset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{\tau} \rightarrow como\ \tau = 2\cdot 10^{-6} s, m \rightarrow 50.000\ cps \end{cases}$$

**207. Los cristales de fluoruro de litio con pequeñas impurezas de magnesio y titanio (LiF:Mg, Ti) se usan como dosímetros del tipo:**

**1. Semiconductores. 2. Centelleo. 3. Fricke. 4. Termoluminiscentes. 5. Calorímetros.**

Fluoruro → fluorescencia → termoluminiscencia.

**208. Calcular el ratio de actividades de dos fuentes radiactivas y su desviación estándar. Datos: Cuentas de la fuente 1 $N_1$=16265; cuentas de la fuente 2 $N_2$=8192:**

**1. 1.985 ± 0.013 2. 1.985 ± 0.019 3. 0.504 ± 0.013 4. 1.985 ± 0.027 5. 1.985 ± 0.054**

$$\left.\begin{aligned} &\frac{N_1}{N_2} = \frac{16265}{8192} = 1{,}98547 \\ &\varepsilon_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{N_2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{N_1}\right)^2 + \left(-\frac{N_1}{N_2^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{N_2}\right)^2} = \sqrt{\frac{N_1}{N_2^2} + \frac{N_1^2}{N_2^3}} = 0{,}0269 \end{aligned}\right\} \rightarrow 1{,}985 \pm 0{,}027$$

**209. Un conversor digital-analógico de 8 bits, tiene una resolución de:**

**1. 1%. 2. 0.1%. 3. 0.392%. 4. 3.92%. 5. 0.31%**

$$R = \frac{V}{2^n - 1} \rightarrow \frac{R}{V}\cdot 100 = \frac{1}{2^n - 1}\cdot 100 = \frac{1}{2^8 - 1}\cdot 100 = 0{,}392\%$$

**210. La potencia de ruido 1/f es:**

**1. Directamente proporcional al ancho de banda de medida.**

**2. Directamente proporcional al cociente entre la frecuencia de corte superior e inferior de la banda de medida.**

**3. Directamente proporcional al cociente entre la frecuencia de corte inferior y superior de la banda de medida.**

**4. Proporcional al logaritmo del cociente entre la frecuencia de corte inferior y superior de la banda de medida.**

**5. Proporcional al logaritmo del cociente entre la frecuencia de corte superior e inferior de la banda de medida.**

Teoría.

**211. La potencia isotrópica radicada efectiva (PIRE) en una antena:**

**1. Sólo depende de la potencia total radiada. 2. Sólo depende de la ganancia directiva de la antena.**

**3. Es el producto de la potencia radiada por la ganancia de la antena.**

**4. Es el cociente de la potencia radiada por la ganancia de la antena.**

**5. Es la diferencia entre la potencia total radiada y la ganancia de la antena.**

Vale.

**212. Si un biestable R-S tiene un "1" lógico en su entrada S y un "0" lógico en su entrada R, pasando posteriormente su entrada S a nivel lógico "0", la salida Q del biestable estará:**

**1. Oscilando entre los dos niveles lógicos.** **2. En condición no válida.** **3. A nivel lógico "1".**

**4. A nivel lógico "0".** **5. En alta impedancia.**

La tabla de la verdad para un biestable con entradas R y S y salida Q es la siguiente:

| ENTRADAS | | SALIDA |
|---|---|---|
| **R** | **S** | **Q** |
| 0 | 0 | q |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | ND (no deseado) |

q = estado de memoria (que en este caso es 1 porque antes de cambiar teníamos 1)

**213. La dependencia de la corriente de colector con el voltaje base-emisor en un transistor bipolar polarizado en la zona activa responde a una relación:**

**1. Lineal.** **2. Cuadrática.** **3. Logarítmica.** **4. Exponencial.** **5. Independiente del voltaje base-emisor.**

La corriente del colector depende del voltaje colector base según la ecuación:

$$I_c = \alpha I_E - I_{CO}[e^{\frac{qV_{CB}}{KT}} - 1]$$

**214. Si un amplificador tiene una ganancia de -20 dB a una determinada frecuencia f, ¿cuál es la amplitud de la señal de respuesta a una señal de entrada de 10V de amplitud con esa misma frecuencia f?**

**1. 0.2 V.** **2. 1 V.** **3. 5 V.** **4. 2 V.** **5. 10 V.**

La ganancia en dB es (o=output, i=input):

$$A = 20 \cdot \log\left|\frac{V_0}{V_i}\right| = -20 \rightarrow \log\left|\frac{V_0}{V_i}\right| = -1 \rightarrow \frac{V_o}{V_i} = 10^{-1} \rightarrow V_0 = 10^{-1} \cdot V_i = 10 \cdot 10 = 1V.$$

**215. En un circuito analógico que presenta una serie de polos se puede hablar de un polo dominante si:**

**1. Solamente existen dos polos y el dominante es el de menor frecuencia.**

**2. La frecuencia correspondiente a uno de ellos es mucho menor que las del resto.**

**3. Si el efecto de todos los polos se puede aproximar por uno solo que coincide con la suma de ellos.**

**4. La frecuencia correspondiente a uno de ellos es mucho más alta que las del resto.**

**5. Solamente existen dos polos y el dominante es el de mayor frecuencia.**

La respuesta diferencial en frecuencia tiene esta forma:

$$A_v(s) = \frac{A_{v0}}{\left(\frac{s}{P_1}+1\right)\left(\frac{s}{P_2}+1\right)\left(\frac{s}{P_3}+1\right)}$$

con Pi los polos que se pueden expresar en función de la frecuencia como: $P_i = -\omega_i$. Por tanto el polo dominante será el de menor frecuencia.

**216. Indicar cuál de las siguientes operaciones binarias es correcta:**

**1. 100 + 10 = 110** **2. 11 + 11 = 1100** **3. 110 + 100 = 1100** **4. 1 + 1 = 11** **5. 111 + 100 = 1111**

1) 100+10 = 110 →V 2) 11+11=110→F 3) 110+100=1010→F 4) 1+1=10→F 5) 111+100=1011→F

**217. Una palabra digital de 4 bits es utilizada para representar una señal analógica que varía entre 0 V y +15 V. ¿Qué transición experimenta el código digital cuando la señal analógica pasa de 7 V a 7.4 V?**

ANULADA

**1. De 0110 a 0110.** **2. De 1001 a 1011.** **3. De 0111 a 1000.** **4. De 0110 a -0111.** **5. De 0110 a 0111.**

$$\frac{V}{2^n} = \frac{15}{2^4} = \frac{15}{16} = 0{,}9375.$$

| | |
|---|---|
| 0-0,9375 | Franja 0 |
| 0,9375-1,875 | Franja 1 |
| 1,875-2,8125 | Franja 2 |
| 2,8125-3,75 | Franja 3 |
| 3,75-4,6875 | Franja 4 |
| 4,6875-5,625 | Franja 5 |
| 5,625-6,5625 | Franja 6 |
| 6,5625-7,5 | Franja 7 |
| 7,5-8,4375 | Franja 8 |

Tanto 7V como 7,4 V están en la franja 7 así que pasa de la franja 7 a la franja 7. Si pasamos 7 a binario da 111 que en 4 bits es 0111. O sea que pasa de 0111 a 0111 por lo que está binario.

**218. En un convertidor digital/analógico ideal de 4 bits que tiene un voltaje de referencia $V_{ref}$=4 V, ¿cuál es el mínimo cambio en el valor analógico de salida que puede darse y cuántos bits harían falta para reducir ese mínimo cambio a la mitad?**

**1. 0.50 V y 6 bits.** **2. 0.25 V y 5 bits.** **3. 0.50 V y 8 bits.** **4. 0.50 V y 5 bits.** **5. 0.25 V y 8 bits.**

Con 4 bits el número de combinaciones posibles es $2^4$=16. Si el voltaje de referencia es de 4V, este voltaje se puede dividir en 16 partes, por tanto el voltaje de salida sea 4V/16 = 0,25V.

Si ese mínimo es la mitad (0,125V) hacen falta 32 bits en los que dividir los 4V de referencia. Como $2^5$=32 → 5 bits.

**219. Cuál de las siguientes premisas relacionadas con dispositivos electrónicos es FALSA:**

**1. Un varactor es un diodo del que se aprovecha el efecto de comportarse como una capacidad variable cuando se polariza directamente.**

**2. Un fotodiodo convierte señales luminosas en señales eléctricas.**

**3. El diodo Zener, conocido también como diodo de ruptura, se utiliza en reguladores de tensión.**

**4. Un diodo emisor de luz (LED) realiza la función inversa a la de un fotodiodo.**

**5. Un octoacoplador u octoaislador funciona como un interruptor electrónico activado mediante la luz emitida por un diodo LED.**

El diodo Varicap (o varactor) es un diodo que aprovecha determinadas técnicas constructivas para comportarse, ante variaciones de tensión aplicada como un condensador variable cuando está polarizada en inversa.

**220. Una ventaja de los dispositivos digitales CMOS es que:**

**1. Pueden operar en un rango más amplio de tensiones continuas de alimentación.**

**2. No son sensibles a la radiación.** **3. Proporcionan menos corriente de salida que los TTL.**

**4. Tienen 4 estados lógicos.** **5. Tienen una muy baja impedancia de entrada.**

La electrónica es un horror.

**221. Si la probabilidad de que un individuo sufra una reacción por una inyección de un determinado suero, es 0.001, determinar la probabilidad de que de un total de 2000 individuos exactamente 3, tenga reacción:**

**1. 0.361.** **2. 0.180.** **3. 0.066.** **4. 0.224.** **5. 0.271.**

$$P = 0{,}001^3 \cdot (1 - 0{,}001)^{1997} \cdot \frac{2000!}{1997! \cdot 3!} = 0{,}1805.$$

**222. Una urna contiene dos bolas blancas y una negra de similares características. Si se toman simultáneamente y a ciegas dos bolas:**

**1. La probabilidad de obtener dos bolas blancas es 2/3.** **2. La probabilidad de obtener dos bolas distintas es 1/3.**

**3. La probabilidad de obtener dos bolas distintas es 2/3.** **5. La probabilidad de obtener dos bolas blancas es 1.**

**4. No es lo mismo tomar dos bolas simultáneamente que una primero y otra después.**

Veamos que la 1 y la 5 son falsas:

$$P(2\ bolas\ blancas) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

La 4 también es falsa, la probabilidad es la misma en ambos casos.

Veamos que la 2 es falsa y la 3 es verdadera. Como no se pueden sacar 2 negras:

$$P(2\ bolas\ distintas) = 1 - P(2\ bolas\ blancas) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

**223. Un protón acelerado a una determinada energía tiene una probabilidad p=0.5 de interaccionar con un blanco dado. Si un paquete de 4 protones incide sobre el blanco ¿Cuál es la probabilidad de que 2 protones interaccionen con el mismo?**

ANULADA

**1. 3/4.** **2. 3/16.** **3. 1/4.** **4. 1.** **5. 1/16.**

$$P = 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 3/8$$

que no es ninguna respuesta.

**224. La probabilidad de que un estudiante apruebe un examen es de 0.4. Hallar la probabilidad de que entre 5 estudiantes elegidos al azar, uno apruebe dicho examen.**

**1. 0.15.** **2. 0.01.** **3. 0.26.** **4. 0.05.** **5. 0.40.**

$$P = 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^4 \cdot \frac{5!}{4! \cdot 1!} = 0{,}2592$$

**225. Con los símbolos a, a, a, b, b, c, c, d, ¿cuántas palabras de 8 letras se pueden formar?**

**1. 70.** **2. 256.** **3. 1680.** **4. 4096.** **5. 40320.**

Como hay letras repetidas y no queremos que se repitan, el número de palabras diferentes es:

$$\frac{8!}{3!\,2!\,2!\,1!} = 1680$$

**226. Hallar la probabilidad de un suceso sabiendo que el cuadrado de esta probabilidad menos el cuadrado de la probabilidad del suceso complementario es igual a 1/9:**

**1. 1/3.** **2. 2/9.** **3. 2/3.** **4. 5/9.** **5. 8/9.**

x=P(suceso) 1-x=P(complementario).

$$x^2 - (1-x)^2 = \frac{1}{9} \to x^2 - 1 + 2x - x^2 = \frac{1}{9} \to 2x = \frac{10}{9} \to x = \frac{5}{9}$$

**227. Señale cual es la media y la varianza, respectivamente, de la distribución $\chi^2_n$ de Pearson de n grados de libertad:**

**1.** $\boldsymbol{E[X]=0, V(X)=\frac{n}{n-2}}$. **2.** $\boldsymbol{E[X]=n, V(X)=2n}$. **3.** $\boldsymbol{E[X]=0, V(X)=1}$.

**4.** $\boldsymbol{E[X]=0, V(X)=n}$. **5.** $\boldsymbol{E[X]=n, V(X)=n\cdot(1-n)}$.

Las propiedades de las distribuciones estadísticas hay que sabérselas muy bien.

**228. Sea la función f(x)=x·lnx para x>0. Calcular f(0):**

**1. No existe.** **2. 0.** **3. -∞.** **4. -0.0069.** **5. -2.7128.**

No existe por dos razones:

1) El propio enunciado ya excluye el x=0 porque pone que es para x>0. 2) El ln0 no existe.

Con que se cumpliera una de las dos sería suficiente.

**229. Sea C una circunferencia en el plano complejo de radio 2 centrada en el origen. En este caso la integral** $\int_c$ **z sen (z) dz sobre el contorno cerrado C es igual a:**

**1.** $\boldsymbol{\pi}$. **2. sen(2).** **3. sen(2)/2.** **4.** $\boldsymbol{2\pi}$. **5. 0.**

$$\int z\cdot\sin(z)=\int\frac{z^2\sin(z)}{z-0}=2\pi i\cdot(z^2\sin z)|_{z=0}=0$$

**230. Sea la función integral 1** $(x)=\int_1^{2x}$ **dt exp (xt)/t con x>1. Entonces dI/dx es igual a :**

**1. (2 exp(2x²)/x)-exp(x)/x** **2. (2 exp(2x²)/x)-exp(2x)/x** **3. (exp(2x²)/ x)-exp(x)/x**

**4. (2 exp(2x²)/x) -2exp(x)/x** **5. (exp(2x)/(2x))-exp(x)/x**

Fórmula de Leibniz:

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{g(x)}^{h(x)}f(t,x)dt\right)=\int_{g(x)}^{h(x)}\frac{\partial f}{\partial x}dt+f\big(h(x)\big)h'(x)-f\big(g(x)\big)g'(x)$$

En nuestro caso tenemos:

$$f(t,x)=\frac{\exp(xt)}{t}\rightarrow\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{t\cdot\exp(xt)}{t}=\exp(xt)$$

$$h(x)=1\rightarrow\begin{cases}h'(x)=0\\ f\big(h(x)\big)=\dfrac{\exp(x\cdot 1)}{1}=\exp(x)\end{cases}$$

$$g(x)=2x\rightarrow\begin{cases}g'(x)=2\\ f\big(g(x)\big)=\dfrac{\exp(x\cdot 2x)}{2x}=\dfrac{\exp(2x^2)}{2x}\end{cases}$$

De todo esto sacamos que:

$$\frac{dI}{dx}=\int_1^{2x}e^{xt}dt+e^x\cdot 0-\frac{e^{2x^2}}{2x}\cdot 2=\frac{e^{xt}}{x}\bigg|_1^{2x}+0-\frac{e^{2x^2}}{x}=\frac{2e^{2x^2}}{x}-\frac{e^x}{x}$$

**231. Sea la función gamma Γ(x). ¿Cuál es el valor de Γ(x) para x=3.5?:**

**1. (7/2)**$\boldsymbol{\sqrt{\pi}}$ **2. (5/4)**$\boldsymbol{\sqrt{\pi}}$ **3. (3/4)**$\boldsymbol{\sqrt{\pi}}$ **4. (15/8)**$\boldsymbol{\sqrt{\pi}}$ **5. (21/32)**$\boldsymbol{\sqrt{\pi}}$

$$\left.\begin{matrix}x=3{,}5=3+\dfrac{1}{2}\\ \Gamma\left(\mathrm{n}+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2\mathrm{n}-1)}{2^{\mathrm{n}}}\sqrt{\pi}\end{matrix}\right\}\rightarrow n=3\rightarrow(2n-1)=5\rightarrow\Gamma(3{,}5)=\frac{1\cdot3\cdot5}{2^3}\sqrt{\pi}=\frac{15}{8}\sqrt{\pi}$$

**232. Sean** $\boldsymbol{L_n(x)}$ **y** $\boldsymbol{L_m(x)}$ **dos polinomios de Laguerre distintos (n≠m). La relación de ortogonalidad entre ellos establece que** $\int u(x)L_n(x)L_m(x)dx=0$ **integrando entre 0 y +∞. ¿Qué forma tiene la función peso u(x)?**

**1. u(x)=1** **2. u(x)=(1-x²)-1/2** **3. u(x)=exp(-x)** **4. u(x)=x²** **5. u(x)=exp(-x²)**

Sabérselo.

**233. Cos3θ es igual**

**1. 3senθcos$^2$θ - sen$^3$θ** **2. senθ cosθ - cos$^3$θ** **3. cos$^3$θ - 3cosθsen$^2$θ**

**4. cos$^2$θ + cosθ sen$^2$θ/3** **5. cos$^2$θ + 3 tg θ sen$^3$θ**

Hay que saberse las propiedades trigonométricas.

**234. La integral $\int x\, \mathbf{senh}(ax)\, dx$ tiene como solución:**

**1.** $\frac{x\cosh(ax)}{a} + \frac{x\,senh(ax)}{a^2}$ **2.** $\frac{x\,senh(ax)}{a} - i\frac{x\cosh(ax)}{a}$ **3.** $\frac{x\cosh(ax)}{a} - \frac{senh(ax)}{a^2}$

**4.** $\frac{x\cosh(ax)}{a} - i\frac{x\,senh(ax)}{a}$ **5.** $\frac{x\,senh(ax)}{a} + \frac{x\cosh(ax)}{a}$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \to \sinh(ax) = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2}$$

$$\left.\begin{array}{c}\displaystyle\int x\cdot\sinh(ax)\,dx = \int\frac{x\cdot e^{ax}}{2}dx - \int\frac{x\cdot e^{-ax}}{2}dx \\ u = x \to du = dx \;en\; ambas \\ dv = \frac{e^{ax}}{2}dx \to v = \frac{e^{ax}}{2a} \quad \text{ó} \quad dv = \frac{e^{-ax}}{2}dx \to v = -\frac{e^{-ax}}{2a}\end{array}\right\}\to$$

$$\to \int x\cdot\sinh(ax)\,dx = \frac{x\cdot e^{ax}}{2a} - \int\frac{e^{ax}}{2a}dx + \left(-\frac{x\cdot e^{-ax}}{2a}\right) - \int -\frac{e^{-ax}}{2a}dx = \frac{x\cdot e^{ax}}{2a} - \frac{e^{ax}}{2a^2} - \frac{x\cdot e^{-ax}}{2a} - \frac{e^{-ax}}{2a^2}$$
$$= \frac{x}{a}\cdot\frac{(e^{ax} - e^{-ax})}{2} - \frac{1}{a^2}\cdot\frac{(e^{ax} + e^{-ax})}{2} = \frac{x\cdot\cosh(ax)}{a} - \frac{\sinh(ax)}{a^2}$$

**235. La matriz hermítica conjugada de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3i \\ 1+i & 1 & 0\end{pmatrix}$ es:**

**1.** $A^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3i \\ 1+i & 1 & 0\end{pmatrix}$ **2.** $A^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 1-i \\ 2 & 1 \\ -3i & 0\end{pmatrix}$ **3.** $A^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3i \\ 1-i & 1 & 0\end{pmatrix}$

**4.** $A^\dagger = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3i \\ 1+i & -1 & 0\end{pmatrix}$ ANULADA **5.** $A^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ 2 & 1 \\ 3i & 0\end{pmatrix}$

Matriz hermítica = transpuesta conjugada = $A^\dagger$ = respuesta 2 con el símbolo mal aunque no es lo que pide en enunciado.
Matriz hermítica conjugada = trnspuesta conjugada conjugada = transpuesta a secas = $A^t$ que es la respuesta 5, aunque con el símbolo mal.
¿Cuál está mal? ¿El enunciado o el símbolo? pues sea como sea hay algo mal así que se anuló.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3i \\ 1+i & 1 & 0\end{pmatrix} \to A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ 2 & 1 \\ 3i & 0\end{pmatrix} \to A^\dagger = (A^t)^* = \begin{pmatrix} 1 & 1-i \\ 2 & 1 \\ -3i & 0\end{pmatrix}$$